

Pierre Frankhauser

**ECHELLES, HIERARCHIES ET FAIT URBAIN**

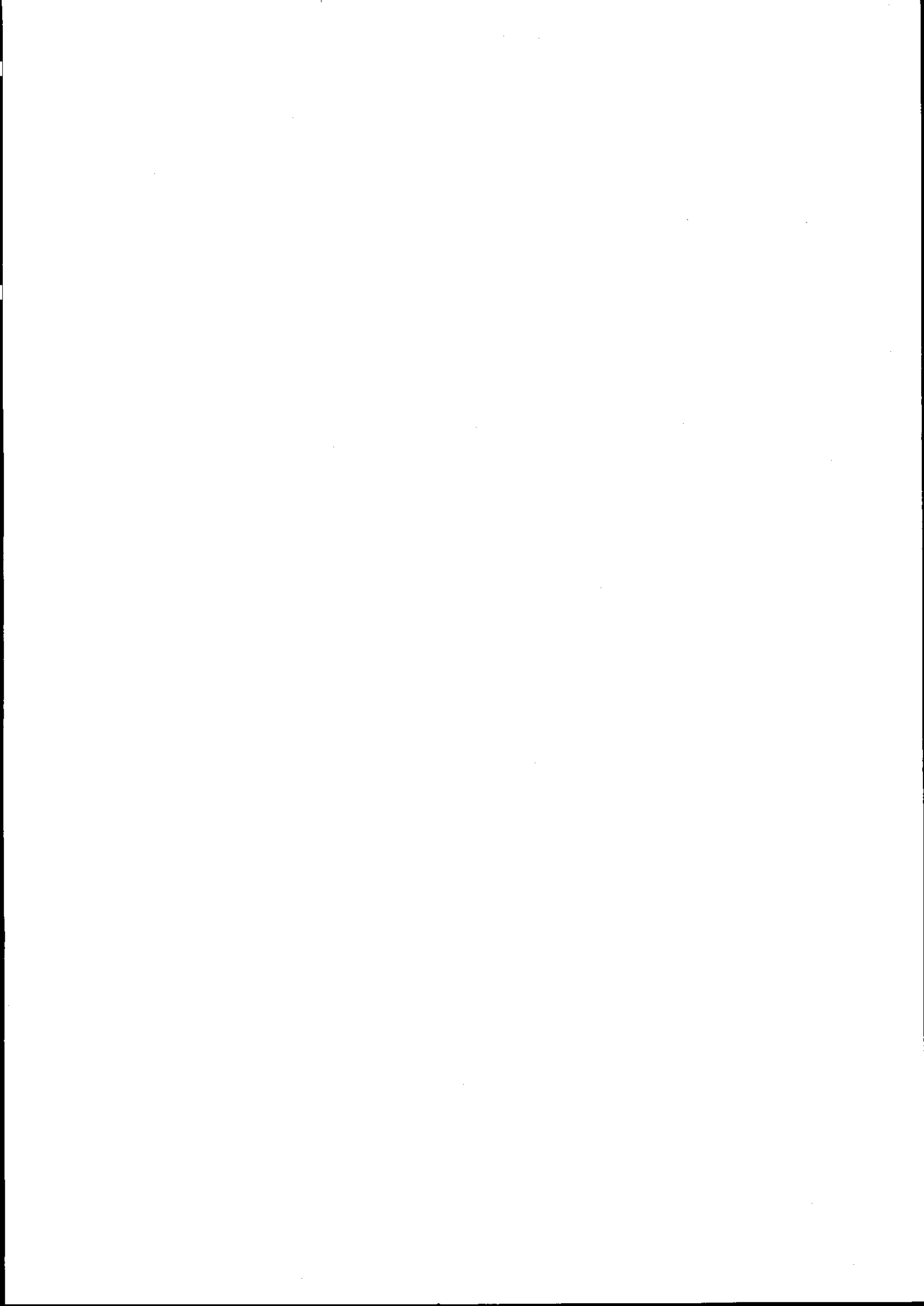
Synthèse présentée lors de  
l'habilitation à diriger des recherches

Besançon, le 5 janvier 1996

Membres du jury:

**Y.GUERMOND  
M.LE BERRE  
J.-P.MASSONIE  
P.PELLEGRINO  
D.PUMAIN**

Université de Franche-Comté



## Avant-Propos

L'objectif de cette présentation est de donner un aperçu sur les travaux de recherche que nous avons effectué au cours des dernières années et de donner une ouverture pour des futures activités de recherche.

Le premier chapitre présente une réflexion méthodologique qui reprend les résultats de ma première thèse, consacrée à la transposition de certaines méthodes utilisées en thermodynamique et en synergétique pour la description de l'évolution du système des villes françaises. Comme cette thèse a été rédigée en allemand et que ce travail n'a été publié qu'en partie en anglais, nous donnons un aperçu sur la démarche suivie et les résultats obtenus.

Le second chapitre constitue la plus grande partie de notre étude. Il est consacré aux activités de recherches des trois dernières années, depuis la soutenance de ma thèse en géographie, éditée en 1994. Cette partie reprend *surtout mes propres contributions à un contrat du programme PIR-villes*, projet commun avec l'équipe CNRS PARIS. Ces recherches ont été réalisées à l'IRADES, une des constituantes de l'équipe CNRS URA 908.

Le dernier chapitre donne des perspectives de recherche pour les années à venir. L'orientation de ces projets s'insère dans la même thématique générale, mais s'ouvre vers de nouvelles méthodes d'analyse et de simulation de la dynamique urbaine qui permet des applications en matière d'aménagement et d'analyse spatiale des données par exemple en télédétection.

Nous remercions tous ceux qui, au cours des années, m'ont encouragé à poursuivre ces recherches et qui ont contribué par de maintes discussions fertiles au succès de ces travaux, en particulier W.Weidlich, G.Haag, K.Humpert à Stuttgart, H.P.Schwefel à Dortmund, D.Pumain, Th.Saint Julien et L.Sanders à Paris et M.Le Berre, A.Larceneux et D.Mathieu à Besançon. Pour la réalisation du présent texte nous remercions en particulier A.M.Odouze pour une lecture critique de la seconde partie qui constitue notre propre contribution au rapport final d'un projet PIR-villes, ainsi qu'à J.Maillardet pour la réalisation d'une grande partie des graphiques.

Pierre Frankhauser

# L'échelle – un artefact géographique?

*La thématique principale de nos recherches se situe en géographie urbaine. Nos travaux concernaient la transposition de méthodes issues des sciences physiques à la description du fait urbain à différentes échelles. Dans un premier temps nous avons étudié dans quelle mesure des approches utilisées en thermodynamique et synergétique permettaient d'améliorer la connaissance géographique sur le système des villes françaises à différents niveaux d'agrégation. Nous avons aussi essayé de recourir à ces méthodes pour tenter de modéliser l'articulation entre différentes échelles géographiques et de mettre en évidence les phénomènes d'ordre particuliers à chacune de ces échelles. Ces analyses nous ont conduit plus tard à nous intéresser à la description de l'organisation spatiale des villes au moyen de nouvelles approches géométriques.*

Comme la notion d'échelle joue un rôle important dans toutes nos recherches, une partie introductive est consacrée à la perception d'échelle en géographie. Le sens élémentaire du mot est celui que lui donne la cartographie qui a joué un rôle primordial dans l'évolution de la géographie. En cartographie, la réflexion sur l'échelle est une nécessité élémentaire. Cependant le choix d'une échelle cartographique est d'abord une question technique, c'est le choix d'un facteur de réduction qui permet la représentation d'un espace considéré. Mais si on parle de *l'échelle locale* ou de *l'échelle mondiale*, on utilise la notion d'échelle dans un autre sens: il s'agit d'un *niveau d'observation* et non d'un *niveau de représentation*. Le choix d'une échelle joue alors le rôle d'un *filtre de données*: on s'intéresse aux phénomènes présents à un certain niveau d'agrégation, par exemple aux interactions socio-économiques <sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Nous notons, qu'en cartographie, ce n'est pas uniquement l'échelle qui constitue ce filtre, c'est plutôt le *mode de représentation*. Ainsi il serait possible de représenter les bâtiments selon leur taille correcte à une échelle de 1:25 000 et même sur une carte au 1:500 000 on n'est pas obligé de représenter les villes par un cercle. Ce sont des arguments



Mais si R.Ferras parle de *l'échelle locale* comme celle de la vie quotidienne, des liens personnalisés etc. [Rob92b], la notion d'échelle va déjà plus loin, elle inclut l'aspect de caractères particuliers à une certaine échelle, par exemple les liens sociaux. Cet aspect devient plus évident si nous supposons que pour étudier de façon systématique un phénomène dans l'espace, nous varions graduellement l'échelle d'observation. L'expérience géographique montre qu'on observe, dans beaucoup de cas, des *seuils* où l'aspect du phénomène étudié change de manière brusque <sup>2</sup>. Prenons un exemple simple, un semis d'habitats indigènes. Apparemment l'homme a toujours ressenti le besoin élémentaire de s'organiser en groupes. Dès qu'il a su construire ses propres habitations, ce principe fondamental d'organisation sociale *se manifeste dans l'espace*, on observe l'apparition d'amas de cases indigènes qui regroupent un certain nombre d'individus. On retrouve ici le niveau local évoqué par R.Ferras. Mais le fait de s'organiser dans une unité spatiale distincte, entraîne un mode de fonctionnement spécifique. Le comportement des individus doit rendre possible la vie en commun : il est indispensable de trouver un mode de fonctionnement collectif, *l'unité spatiale est aussi une unité sociale*. Ainsi l'existence d'une telle agglomération implique nécessairement une différenciation *qualitative* du comportement humain : il existe outre le *niveau individuel* du comportement une *entité d'action collective*. Celle-ci *n'est pas un simple phénomène d'agrégation : le comportement collectif n'est pas la somme des comportements individuels*, il se manifeste par un mode de fonctionnement particulier qui se traduit par l'émergence d'institutions, dont la seule légitimation est le fonctionnement de la communauté à l'échelle du village.

Or un village n'est pas une entité isolée, il existe un semis d'habitats, même si la densité de population reste faible. Les contacts entre ces unités ne se bornent pas à des liens personnels entre individus. En effet, au niveau des individus s'ajoute un niveau institutionnel. La collectivité, qui assure d'une part l'organisation interne de la communauté, représente d'autre part, l'entité spatiale vis-à-vis d'autres unités voisines. On distingue donc l'apparition de deux échelles fonctionnelles. L'utilisation du préfixe "intra" et "inter" met bien en évidence notre perception de cette différenciation qualitative. Ainsi les unités sociales (et spatiales) deviennent des entités autonomes et leurs interactions sont de *qualité* différente de celles des liens individuels.

---

purement graphiques qui sont dictés par les besoins d'un utilisateur potentiel pour lequel on effectue une *réduction d'information* afin de faciliter la lecture de la carte.

<sup>2</sup>Une représentation cartographique (non-traitée) peut évidemment contribuer à découvrir un tel changement si le phénomène est immédiatement perceptible dans l'espace. La cartographie joue alors le rôle d'un "appareil de mesure".

Il existe donc un *principe d'ordre interne*, propre à cette échelle collective, qui garantit la survie de l'entité – et ceci éventuellement au détriment des intérêts individuels. Dans une société humaine un tel ordre n'est pas un fait accompli, il peut être perturbé, être mis en cause ou être modifié ; cependant l'absence totale d'un tel ordre, entraîne dans une entité socio-économique un dysfonctionnement et il serait en fait difficile de parler alors d'une société.

Les deux échelles, celle des individus dans la collectivité et celle de la collectivité sont d'une certaine manière des *échelles "naturelles"*, issues de *l'organisation sociale et spatiale*. Même si ces différences de fonctionnement ne sont pas toujours aussi nettes à repérer que dans notre exemple simple, nous les retrouvons aussi lors de la manifestation d'autres phénomènes, plus complexes. Nous donnons comme exemple l'apparition du fait urbain, l'étape suivante dans l'évolution du système de peuplement, telle qu'elle est décrite par *P. Bairoch* [Bai85]. Il a bien mis en évidence les critères qui distinguent la ville du village:

- "l'existence d'un artisanat à plein temps qui est ainsi l'indice d'une spécialisation des tâches;
- l'existence de fortifications, d'enceintes, par opposition au village qui reste ouvert;
- la taille et surtout la densité du peuplement;
- la structure urbaine de l'habitat: maisons en dur, rues etc.;
- la durabilité de l'agglomération par opposition au campement."

Nous observons dans les indicateurs énoncés le lien étroit entre des phénomènes socio-économiques et spatiaux : si Bairoch écrit "qu'aucun de ces critères ne serait en lui-même absolu et suffisant", il précise que le plus important c'est l'existence de l'artisanat qui entraîne une *ségrégation sociale*. Comme dans le premier exemple cet aspect social se manifeste par un mode d'organisation spatiale particulier. Ces deux aspects, sociaux et spatiaux, permettent ensemble de distinguer chaque échelle à partir de critères qualitatifs.

Dans le système de peuplement l'apparition d'entités politiques plus vastes a ajouté d'autres échelles fonctionnelles si bien qu'une hiérarchie d'échelles s'est créée [Rob92b]. Choisir la bonne échelle géographique permet donc de mieux comprendre le fonctionnement d'un espace comme le confirme un

autre exemple cité par R.Ferras : "A l'échelle américaine, la notion d'échelle géographique régionale permet de saisir les dynamiques spatiales".

Récemment la mondialisation des interactions politiques et économiques a mis en relation étroite des entités politiques qui fonctionnaient auparavant de manière assez indépendante. Ces interactions créent des réseaux relationnels et de nouveaux niveaux d'interactions naissent. Ainsi s'instaure actuellement une discussion sur l'émergence d'une nouvelle catégorie d'entité socio-économique, celle de la métropole, notion pour laquelle la géographie et l'économie spatiale cherchent encore une définition appropriée.

Une telle distinction d'échelles selon des entités fonctionnelles, s'approche de la définition d'un *système*, telle qu'elle est donnée par la *théorie des systèmes* [Ber68]. En effet les applications plus récentes de cette théorie, par exemple en biologie, montrent une tendance croissante de définir un système selon son *organisation interne et ses fonctions dans un environnement* [Rac90], [Kor94]. En effet cette vision semble convenir à la description de phénomènes géographiques, comme le précisent J.B.Racine et H.Reymond: "... à travers les propriétés des systèmes, la recherche géographique redécouvre une méthode et un langage qui s'apparentent de très près à ceux des autres disciplines qui, tour à tour, ont reconnu l'importance de la notion de système, fait d'éléments et d'attributs interreliés qui constituent peut-être un tout organique plus ou moins structuré. Le point de départ n'est plus l'organisme mais l'information qui permet de juger si cet organisme existe." [Rac83].

On comprend donc bien l'ouverture de la géographie théorique et quantitative vers différentes approches de modélisation systémique.

La modélisation à partir de ces différentes échelles sociales et spatiales a été l'objet de maintes tentatives de formalisation. En ce qui concerne par exemple le système de peuplement, différents ouvrages résument la logique de ces modèles et confrontent certains d'entre eux à la réalité. Nous citons en particulier les livres de D.Pumain [Pum82], de D.Pumain L.Sanders et Th.Saint-Julien [Pum89] ainsi que l'ouvrage récent de L.Sanders [San92]. Dans son livre *Système de Villes et Synergétique* L.Sanders a beaucoup insisté sur la distinction d'échelles.

Un tel débat n'est pas une particularité de la géographie. Il apparaît dans toutes les sciences qui distinguent des échelles selon un fonctionnement particulier. Citons comme exemple la biologie. Au niveau de la physiologie, il est possible de distinguer dans un organisme le niveau des cellules et, comme niveau agrégé, le corps dont le fonctionnement ne s'explique pas comme sim-

ple amas de cellules. L'écologie ajoute des échelles supplémentaires en explorant le comportement des individus dans une société. On observe également un comportement collectif particulier à cette échelle d'organisation. Un nid de fourmis en est un exemple parlant.

Le passage entre plusieurs niveaux d'agrégations nécessite apparemment des réflexions plus approfondies. En fait, c'est la distinction qualitative de ces échelles qui entraîne la question fondamentale: dans quelle mesure est-il possible de déduire le comportement au niveau agrégé à partir du comportement d'un niveau inférieur? Ou bien : dans quelle mesure est-il possible de connaître le mécanisme d'émergence de cet ordre?

Ces questions sont étroitement liées à la notion d'*auto-organisation*. Ce concept présuppose que des phénomènes d'interaction peuvent conduire *sans cause extérieure* à l'apparition d'un ordre à une échelle supérieure. Il est peut-être plus surprenant qu'un autre domaine, la physique, connaisse également la notion des *phénomènes coopératifs* ou *collectifs* et qu'elle ait contribué à une meilleure compréhension de ce type de phénomènes. En effet, l'étude approfondie des transitions de phases a montré l'émergence de structures macroscopiques qui ne s'expliquent pas de façon simple à partir du comportement à une échelle microscopique. Un des exemples les plus célèbres est le laser, mais il en existe d'autres, par exemple en hydrodynamique ou en météorologie, où l'on observe à une échelle macroscopique l'émergence spontanée d'amas bien organisés. Ces observations sont ne sont pas en concordance avec la vision thermodynamique traditionnelle. Leur étude a contribué à l'élaboration de nouveaux concepts. Ces travaux ont surtout été réalisés par deux écoles, celle de Y. Prigogine à Bruxelles et celle de H. Haken, à Stuttgart. Les deux écoles ont beaucoup insisté sur le caractère interdisciplinaire de leur approche. Elles ont aussi développé des modèles biologiques et socio-économiques sur la base de leurs concepts. Citons en particulier les travaux d'Allen et de Sanglier, réalisés à Bruxelles, et ceux de Weidlich et de Haag réalisés à Stuttgart. L'équipe P.A.R.I.S. a, de son côté, étudié l'applicabilité de ces modèles en matière de géographie urbaine ; ces résultats sont publiés dans deux ouvrages, "Villes et auto-organisation" [Pum89] et "Système de villes et synergetique" [San92].

*Faisant partie de l'équipe interdisciplinaire de recherche synergetique dirigée par W. Weidlich, nous avons eu l'occasion d'étudier la possibilité – et les limites – d'un transfert de différentes méthodes de modélisation et de description, et en particulier d'étudier les impacts méthodologiques de cette approche et dans quelle mesure ce concept peut servir à améliorer la compréhension du passage entre différentes échelles.*

*L'objectif principal des études que nous avons réalisées a été l'analyse et la formalisation du fait urbain à partir d'une telle approche. Ces recherches ont d'abord porté sur l'application du modèle de migration interurbaine qui constitue aussi la base des travaux de L.Sanders. Elles concernaient cependant les problèmes de calibrage de paramètres dans le cas d'une base réduite de données. Ces travaux ont servi à tester certaines hypothèses géographiques du modèle, mais ils ont aussi permis de tester dans quelle mesure les résultats obtenus restent valables en variant certaines hypothèses. Au niveau conceptuel, ceci a aussi nécessité d'introduire certaines méthodes d'agrégation non-linéaires et de vérifier leur pertinence.*

*En outre, les recherches s'orientaient vers une analyse de l'organisation hiérarchique du système de peuplement. Dans ce domaine des mesures entropiques ont permis de caractériser l'organisation interne du réseau de villes et certains paramètres descriptifs ont pu être interprétés sous un aspect synergétique.*

*Au niveau méthodologique, nous avons recouru à certaines méthodes de la thermodynamique moderne pour modéliser le passage entre différents niveaux d'agrégation, en passant des mouvements migratoires à une description de la dynamique urbaine, à partir de classes de taille. Au niveau d'une interprétation géographique, cette réflexion systématique a permis d'étudier la nature des informations présentes à chacune de ces échelles.*

*Enfin, il a été possible de déduire un processus stochastique qui génère une loi de distribution parétienne, conforme à la loi rang-taille des villes.*

*Une partie de ces travaux a fait l'objet de publications, cependant un aperçu complet est donné dans ma thèse en science physique soutenue à l'Université de Stuttgart [Fra91b]. Afin de rendre accessibles ces résultats, la première partie du présent aperçu sera consacrée à un résumé de ces travaux. Nous commençons par une introduction épistémologique pour expliquer certaines méthodes utilisées, issues de la thermodynamique et de la synergétique.*

# Chapitre 1

## Echelles et systèmes de peuplement

### 1.1 Echelles et auto-organisation en thermodynamique et synergetique

#### 1.1.1 Le réductionnisme et les phénomènes d'échelle en thermodynamique

La réussite de la physique a été pendant longtemps basée sur une *distinction* rigoureuse entre des phénomènes jugés comme fondamentaux, et d'autres dont l'importance était considérée comme moins grande. Donnons un exemple classique : pour décrire les trajectoires des planètes, c'est uniquement l'influence de la plus grande masse, du soleil, qui est prise en compte, et tout autre phénomène issu de l'interaction entre les planètes est, dans un premier temps, négligé. C'est seulement, *a posteriori*, que l'on essaie de traiter ces phénomènes, et il est éloquent que l'on parle alors de la *théorie des perturbations*.

Cette méthode a permis de comparer des phénomènes qui paraissaient différents en distinguant un seul effet dominant que l'on trouve dans beaucoup de cas qui paraissent, au premier abord, différents. On peut donc parler d'une *hiérarchisation de phénomènes* : on parle en effet de phénomène de *premier ordre*, de *second ordre*, etc. Les particularités inhérentes, propres à chaque observation, sont alors attribuées à des conditions extérieures aux phénomènes considérés : ainsi un cristal de quartz croît toujours selon les

mêmes règles, mais des perturbations extérieures font que l'on trouve en réalité une variété importante de formes.

Suite à cette vision, la physique a de plus en plus essayé d'étudier des phénomènes sous des *conditions précises, contrôlables et reproductibles*. La thermodynamique en est un exemple parlant. On observe le comportement d'un gaz en l'enfermant dans un récipient, et on mesure par exemple la variation de la pression en chauffant le récipient. Les résultats montrent qu'il est possible de décrire les phénomènes étudiés par un nombre très limité de variables et de formaliser les réactions des systèmes sous la forme de quelques lois très générales. Cette démarche caractérise le début d'une vision scientifique que l'on désigne habituellement comme *réductionnisme*. En thermodynamique en particulier deux *principes fondamentaux* ont été déduits. Le premier de ces théorèmes est appelé loi de la conservation de l'énergie, le second postule qu'un système isolé, par exemple un gaz enfermé dans un récipient, tend toujours vers un état d'équilibre et n'atteint jamais son état antérieur. Par exemple, si l'on ajoute un autre gaz à un premier, enfermé dans un récipient, les deux composants se mélangent, et on n'observe jamais qu'un de ces gaz soit, plus tard, concentré dans un coin du récipient. *Le système tend donc vers un état d'homogénéité et il s'agit d'un processus irréversible*. L'homogénéité est donc l'état final, auquel un système isolé aboutit fatalement. En thermodynamique cette observation est formalisée par l'introduction d'une mesure, *l'entropie*, qui atteint sa valeur maximale dans cet état d'homogénéité.

Les exemples montrent qu'en thermodynamique on introduit très tôt la notion de *systèmes*. On distingue des ensembles qui sont considérés comme unités (le gaz dans le récipient). Ceux-ci sont en "*échange contrôlé*" avec leur environnement qui est souvent désigné comme "bain" ou "réservoir". Dans une expérience, la limite entre le système et son environnement, est assez facile à définir, dans des systèmes observés il faut trouver une telle limite (s'il en existe une).

*Une telle limite peut se manifester par une différence de consistance du matériau et de ses propriétés physiques* : ainsi une couche de glace sur une flaque d'eau a apparemment d'autres propriétés que l'eau : dans un tel système apparaissent donc des sous-systèmes "de façon naturelle".

Jusqu'à la fin du 18<sup>ème</sup> siècle, la physique restait bornée à l'échelle de notre perception visuelle. Ceci change dès que la physique et la chimie franchissent la limite du monde des molécules et atomes et qu'elles commencent à acquérir des connaissances sur les interactions entre ces particules, donc à une échelle

lointaine de celle de nos observations immédiates.

Depuis ce moment, le problème de l'articulation entre échelles est posé. En effet, ces découvertes ont poussé notamment Maxwell et Boltzmann à chercher à établir un lien entre cette nouvelle échelle microscopique et l'échelle macroscopique de la thermodynamique connue. Or ils se voyaient confrontés à un phénomène particulier : d'une part, ils devaient considérer un nombre immense de particules à l'échelle des atomes, d'autre part quelques relations suffisaient à décrire l'état macroscopique des systèmes. Leur modélisation du monde microscopique était fondée sur une description de la dynamique des particules selon les lois de la mécanique. Ainsi chaque particule était caractérisée par son équation de mouvement. Selon une vision déterministe il serait ainsi possible de calculer l'état microscopique exact du système. Cependant :

- ceci nécessiterait la connaissance exacte des positions et de la vitesse de chaque particule à un moment donné, information impossible à obtenir pour un tel système ;
- il est impossible de résoudre un système d'équations dynamiques constitué d'un aussi grand nombre de particules, même avec le potentiel de calcul actuellement disponible.

Afin de résoudre ce problème, Boltzmann a introduit une *description statistique des phénomènes microscopiques*. Cette formalisation permet en même temps d'arriver à l'articulation entre les échelles, notamment en utilisant le *théorème de la limite centrale* qui permet d'établir un lien entre la valeur moyenne et les valeurs observées.

Cependant même sous cette condition le passage de l'échelle des particules à l'échelle des macrovariables s'avère difficile : nous avons vu que le second théorème de la thermodynamique postule l'*irréversibilité* des processus dans un système isolé. En revanche les équations dynamiques des particules sont *réversibles*. Afin d'établir une *compatibilité méthodologique* entre les deux échelles, il est nécessaire :

- d'identifier les configurations microscopiques qui sont *équivalentes* sous un aspect macroscopique : par exemple interchanger (formellement) la position de deux molécules n'affecte pas la valeur actuelle de la pression du gaz dans un récipient, ces deux configurations sont donc équivalentes [Rei85], [Wei76];



- de supposer que, pour la dynamique du système, il est uniquement important de connaître *l'état actuel* du système. En revanche il est sans importance de connaître *de quelle manière* cet état a été atteint. Cette *hypothèse de Markov* élimine la mémoire du système et ainsi la réversibilité : chaque particule "oublie" toute son histoire, et sa *future position est complètement déterminée par sa position actuelle*. Il est ainsi possible de déduire une équation dynamique fondamentale qui décrit l'évolution de la probabilité de trouver un système dans un certain état, *l'équation maîtresse* [Wei76].

En tenant compte de cette réduction d'information, on parvient à déduire des relations directes entre la dynamique des particules et les variables macroscopiques, telles que la température, la magnétisation, etc. [Wei76]. En outre, la détermination des états microscopiques équivalents à l'échelle macroscopique, réalisée à partir d'une analyse combinatoire, permet de donner une *interprétation microscopique à l'entropie*. Celle-ci caractérise l'ordre dans un système : plus l'entropie croît, plus le système tend vers un état de désordre. En effet, pour revenir à notre exemple précédent, si l'on trouvait un des deux gaz dans un coin du récipient l'ordre dans le système serait plus élevé que dans le cas de l'homogénéité. Sous cet aspect, le second théorème exprime qu'*un système fermé tend vers l'homogénéité, état du plus grand désordre*.

L'étude de l'articulation entre ces deux échelles a ainsi contribué à améliorer la compréhension des phénomènes thermodynamiques. En particulier nous constatons que :

- l'utilisation d'une approche statistique a servi à globaliser une information sur un grand nombre d'éléments, et ceci a contribué à développer *la vision statistique*, utilisée plus tard dans beaucoup de disciplines (production industrielle, démographie, économie, géographie... ) ;
- la thermodynamique, par ses réflexions sur la délimitation de systèmes (systèmes ouverts, fermés) et la considération d'échanges entre ces systèmes (chaleur, particules, etc.), s'approche déjà d'*une vue systémique*, et ce n'est pas surprenant qu'elle ait contribué à inspirer la théorie des systèmes. Plus tard, elle a servi de base pour la modélisation des *phénomènes d'auto-organisation* ;
- son interprétation microscopique qui intègre une *notion d'ordre*, est devenue une mesure très générale qui n'est pas liée à des propriétés particulières du phénomène considéré (par exemple des molécules). Surtout lorsqu'il s'agit de l'articulation entre échelles, elle permet de

caractériser des phénomènes d'ordre dans un ensemble en étudiant les états microscopiques équivalents au niveau macroscopique. La théorie de l'information s'est servie de cette notion pour définir *l'entropie d'information* [Hak88], [Sch88] ;

- pour l'échelle macroscopique, l'approche microscopique apparaît comme modèle explicatif puisqu'il permet en effet de réduire des phénomènes de nature complètement différente à des interactions entre particules. Depuis on désigne la quantification macroscopique comme *approche phénoménologique* et la description microscopique comme *théorie explicative*. La recherche en physique n'a pas cessé de s'éloigner d'un point de vue phénoménologique en explorant de nouveaux phénomènes à des échelles de plus en plus microscopiques. En même temps, on a cherché à réduire le nombre de principes fondamentaux tel que le montrent les tentatives de trouver un champ unique comme principe fondamental de la physique.

Cependant nous constatons que la notion du "*modèle explicatif*" est relative, et qu'elle est étroitement liée au réductionnisme : un modèle est perçu comme *explicatif*, dès qu'il est plus proche des principes fondamentaux. Ceux-ci représentent le paradigme de "l'explication".

### 1.1.2 Les phénomènes de transition de phase et la réponse de la synergie

L'articulation entre les échelles telle qu'elle est formalisée en thermodynamique représente un cas-modèle d'une approche réductionniste. Une telle approche a souvent été critiquée par les représentants d'une *vision holistique*. Cette critique porte sur deux aspects :

- il n'est pas possible de se limiter à l'étude de phénomènes dits dominants car ceci implique une perte substantielle d'informations par rapport à la réalité. Une telle remarque met en cause l'importance ou même l'existence de lois fondamentales, du moins elle met en doute l'intérêt pour la compréhension d'une observation particulière.
- de même il n'est ni possible ni désirable d'établir un lien entre différentes échelles puisque chacune a son fonctionnement propre qui ne peut être déduit à partir d'une autre échelle (cf. [Wei93], [Rei94]).

Si la thermodynamique semble un grand succès du réductionnisme, il faut admettre que cette approche a néanmoins atteint ses limites – même dans la description de phénomènes physiques. La flaque d'eau couverte d'une couche de glace, en est un exemple simple : il s'agit d'un système constitué d'une seule composante, mais qui est présente sous la forme de *deux phases*. Une caractéristique principale de ces systèmes est l'apparition brusque d'une phase dès qu'on franchit un seuil critique dans les conditions extérieures d'un système : dès qu'on baisse la température en dessous de zéro degré, une phase solide, la glace, apparaît et la phase liquide devient instable. En réchauffant le système on observe le phénomène inverse. Il existe donc des domaines vastes de température où une des deux phases est stable et le *phénomène de transition de phase* est uniquement observé sous des conditions extérieures précises.

Un tel phénomène n'a pu être expliqué dans le cadre du modèle de base de la thermodynamique classique, le gaz idéal qui sert comme référence pour la formalisation du passage micro-macro discuté. *En effet, l'approche linéaire utilisée dans ce type de modèle ne permet pas de décrire un changement brusque dans le comportement d'un système .*

Dans un premier temps, des modèles phénoménologiques ont été élaborés pour décrire l'apparition de phases <sup>1</sup>, mais c'est le physicien Landau qui a essayé de modéliser ce type de comportement en élargissant la théorie vers une formalisation non-linéaire <sup>2</sup>. En particulier il a introduit deux notions importantes:

- nous avons vu que le changement brusque est observé en dépassant certains seuils critiques d'une variable externe au système, telle que la température. Une telle variable qui définit les conditions du système est désignée comme *paramètre de contrôle* ;
- chaque phase qui montre une propriété particulière peut être caractérisée par un *paramètre d'ordre*. Un exemple souvent cité est le ferro-magnétisme qui disparaît également au dessus d'une *température critique*. Ici la magnétisation est le paramètre d'ordre qui décrit cette phase.

L'approche de Landau permet d'expliquer l'apparition de seuils critiques. Ainsi, pour un système magnétique par exemple, on parvient à montrer qu'il existe deux états d'équilibre, dont la stabilité dépend du paramètre

---

<sup>1</sup>Par exemple le modèle de gaz de Van der Waals.

<sup>2</sup>Cette approche suit la logique de la théorie des perturbations.

de contrôle : en dessous d'une température critique, la solution stable correspond à une certaine magnétisation, en revanche pour des températures plus élevées cette solution devient instable. La solution stable correspond alors à un état où la magnétisation disparaît <sup>3</sup> [Wei76], [Hak90].

Il s'agit donc d'une *bifurcation* dans le système : le comportement change de façon *qualitative* en fonction de certains seuils. Un tel comportement est caractéristique des *approches non-linéaires*.

La théorie de Landau se borne à l'analyse de systèmes qui se trouvent dans un état d'équilibre, c'est-à-dire dans lesquels il n'y a pas d'échange d'énergie ou de particules avec leur environnement ou au moins que les flux entrant et sortant sont équivalents (équilibre dynamique). En revanche, on a découvert dans plusieurs domaines l'apparition de structures stables dans des *systèmes loin de l'équilibre*. Ceux-ci absorbent de l'énergie qu'ils utilisent pour faire émerger des structures. La fig. 1.1 montre une couche de nuages de structure particulièrement régulière. Dans d'autre cas on observe une variation régulière de certaines formes. Par exemple il existe des réactions chimiques où l'on observe dans un liquide l'apparition de spirales colorées qui changent de façon cyclique leur forme et leur couleur (cf. fig. 1.1).

L'exemple qui a le plus suscité l'intérêt des chercheurs parmi ces phénomènes est le laser, certainement aussi puisqu'une connaissance approfondie de son fonctionnement a permis une utilisation technique. Le laser transforme l'énergie fournie par une source extérieure en lumière monochrome d'extrême cohérence, jamais observée auparavant. Le système montre une forte capacité à créer un ordre interne qui force apparemment les particules à réagir selon un mode précis. Cet ordre apparaît dans une certaine fourchette d'un paramètre de contrôle *sans intervention externe*. *Il s'agit donc d'un phénomène d'auto-organisation qui se manifeste à une échelle macroscopique*. Cependant les modèles existant ne permettaient pas de trouver une *explication microscopique*.

L'explication a été fournie par H.Haken. Très rapidement il s'est rendu compte que l'approche qui a servi à modéliser le comportement du laser se prêtait *non seulement* à l'explication d'un assez grand nombre d'autres phénomènes de transition de phases en physique, mais qu'elle pouvait servir comme base de réflexions sur des phénomènes d'auto-organisation dans des systèmes biologiques et même socio-économiques. C'est sur cette base que W.Weidlich et G.Haag ont élaboré une méthodologie approfondie pour la modélisation de phénomènes socio-économiques.

---

<sup>3</sup>On comprend l'importance qu'on attribue dans toutes ces approches à l'analyse de stabilité des solutions stationnaires.



Fig. 1.1 Une formation de stratus [Hak90].

Nous nous bornons à résumer quelques aspects de la synergetique auxquels nous recourrons plus tard. Par son approche, la synergetique se place entre la vision holistique et le réductionnisme tel que le précise W.Weidlich [Wei93] :

- conformément à la vision réductionniste, les interactions à cette échelle sont considérées comme phénomènes cruciaux pour l'émergence des structures macroscopiques et l'objectif est d'établir un lien entre une échelle macroscopique et une échelle microscopique. Cependant on ne se borne pas à considérer les équilibres des systèmes, donc les états stationnaires, comme c'est le cas en thermodynamique, mais on s'intéresse surtout à l'articulation entre les échelles au niveau du *comportement dynamique*. Ainsi W.Weidlich précise : "Au moyen de la synergetique, il est possible d'établir le lien entre des propriétés microscopiques et le comportement macroscopique et d'obtenir directement les équations dynamiques macroscopiques des paramètres d'ordre si les relations causales sont connues à l'échelle microscopique" [Wei93].

- contrairement aux approches réductionnistes traditionnelles, le comportement du système macroscopique jouit d'une indépendance considérable. Il existe même des cas dans lesquels il est perçu comme difficile, sinon impossible, de "décoder" le fonctionnement de cette interdépendance qui est l'expression des phénomènes d'auto-organisation [Wei93].

La phrase suivante, devenue en quelque sorte le leitmotiv de la synergie, résume bien la complexité de l'articulation entre échelles telle qu'elle est ressentie par cette approche :

*L'ensemble est plus que la somme des composants* <sup>4</sup>.

L'état macroscopique est caractérisé par un nombre restreint de paramètres d'ordre qui ne sont pas le résultat d'un simple cumul des attributs des composants microscopiques, comme c'est encore le cas dans l'exemple de la magnétisation discutée plus haut. Le caractère de ces variables est donc propre à l'échelle macroscopique. Par exemple peuvent-elles se référer à la forme de l'objet issu des processus d'auto-organisation? Ceci vaut également pour le comportement dynamique : en général celui-ci est considérablement plus lent à l'échelle macroscopique <sup>5</sup>.

L'articulation entre les échelles microscopique et macroscopique doit donc formaliser l'interaction entre le comportement dynamique des composants microscopiques et montrer :

- qu'il s'agit d'un phénomène d'auto-organisation qui est responsable de l'apparition, à l'échelle macroscopique, de structures décrites par un nombre limité de paramètres d'ordre.
- qu'il existe un seuil critique où l'ordre du système macroscopique change, on doit donc observer une bifurcation dans le système. Ceci incite à supposer que l'interaction entre les composants microscopiques est différente dans les deux domaines du paramètre de contrôle.

La synergie est parvenue à trouver des moyens de modélisation qui ont permis de réaliser ces objectifs. Nous nous bornons à citer deux aspects

<sup>4</sup>En allemand : "Das Ganze ist mehr als die Summe der Teile".

<sup>5</sup>Par exemple les cycles des variations de couleur dans la réaction de Belousov-Zhabodinsky sont extrêmement lents par rapport aux processus microscopiques.

qui ont joué un rôle important dans la conception des modèles de W.Weidlich et G.Haag et dans nos propres travaux, au moins d'un point de vue épistémologique :

- **L'approche du champ moyen:** pour formaliser l'interaction entre les éléments d'un système, par exemple un ensemble de particules, on choisit un élément particulier et on introduit un *champ moyen* qui globalise l'influence de toutes les autres particules sur celui-ci. Comme la particule considérée contribue, elle aussi à ce champ, il n'est plus possible de parler d'une causalité classique mais il s'agit d'une interaction équivalente entre le champ moyen et la particule. En introduisant le champ moyen on crée une *échelle macroscopique* et on ne considère plus les interactions individuelles entre particules, mais l'influence collective de l'ensemble des particules sur une particule particulière [Wei93] <sup>6</sup>.
- **le principe de domination ("slaving principle") :** un élément important dans la modélisation synergétique est l'analyse des variations temporelles des sous-systèmes, par exemple du champ électrique et des atomes dans le cas du laser. On observe que certains de ces sous-systèmes s'adaptent très rapidement à un changement des composantes d'autres sous-systèmes dont la dynamique est lente. Ainsi le sous-système de dynamique lente domine le comportement des autres composantes. Les processus d'ajustement sont si rapides que ces composantes atteignent immédiatement leur état stationnaire. Leur réaction sur le sous-système lent n'apparaît alors qu'à travers ces valeurs stationnaires.

Cette approche a permis de limiter la description de la dynamique à celle des composantes lentes qui déterminent le comportement dynamique des paramètres d'ordre à l'échelle macroscopique comme nous l'avons évoqué pour la réaction de Belousov-Zhabotinsky. Elle permet aussi d'expliquer les phénomènes de *transition de phases*, donc les changements qualitatifs dans le comportement du système. Elle se manifeste par le fait que la dynamique des paramètres d'ordre dépend des valeurs stationnaires des processus rapides. Cette dépendance se manifeste par des non-linéarités dans les équations dynamiques des paramètres d'ordre et on observe l'apparition de bifurcations dont la stabilité change selon les valeurs de certains paramètres de contrôle qui

---

<sup>6</sup>Comme toutes les particules sont équivalentes, le choix d'une particule est arbitraire ; l'approche est valable pour toutes les particules.

influencent le sous-système rapide. Il peut s'agir soit de paramètres externes, comparables à la température dans les exemples présentés plus haut, soit de paramètres qui dépendent également de la dynamique même du système. *Ainsi les processus rapides jouent indirectement un rôle important pour la stabilité du système et ses changements qualitatifs.*

L'interaction entre sous-systèmes à comportement temporel différent joue donc un rôle important dans ces phénomènes d'auto-organisation. Comme à l'échelle microscopique un grand nombre d'éléments réagissent de la même façon et contribuent à l'émergence du phénomène macroscopique on parle parfois de "*phénomènes collectifs*". Cette vision explique aussi le mot *syn-ergétique* qui signifie "*science de la coopération*".

## 1.2 L'application de l'approche synergétique aux systèmes sociaux

### 1.2.1 Introduction

H.Haken a, très tôt, tenté d'appliquer le concept synergétique pour modéliser le comportement de systèmes sociaux, par exemple en écologie. Un exemple pédagogique souvent cité est celui d'une colonie de myxomycètes : on observe que ces organismes vivent de façon individuelle tant que la nourriture est suffisante (fig. 1.2). Cependant en cas de manque, les membres de la colonie se regroupent en amas de forme particulière. Il existe donc deux types de comportement qui dépendent des conditions extérieures, et l'émergence de l'amas est un phénomène spontané et collectif. Ceci rappelle un phénomène de transition de phases tel que nous venons de l'exposer : les individus réagissent en fonction de certains paramètres externes et ajustent leur comportement rapidement de façon qu'une macrostructure apparaisse. Celle-ci pourrait être caractérisée par un paramètre d'ordre qui décrit la forme de cet amas <sup>7</sup>.

Il est donc possible de retrouver dans cet exemple simple les *deux échelles fonctionnelles* que nous avons explicité avec notre exemple du village indigène : l'interaction coopérative fait émerger un fonctionnement commun qui n'existe qu'à une échelle macroscopique.

---

<sup>7</sup>Un telle dynamique rappelle le point de vue de l'approche, aujourd'hui désignée comme "*modèles multi-agents*".



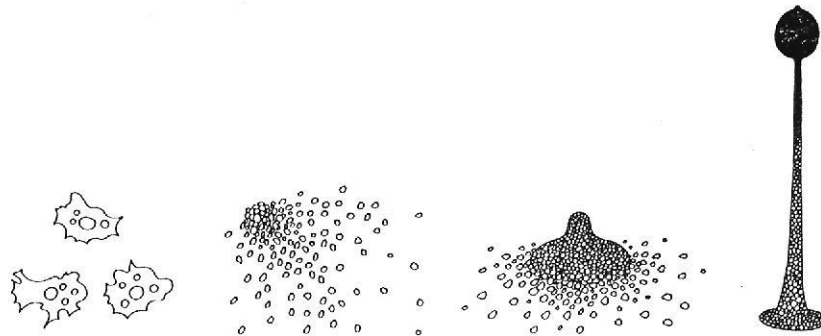


Fig. 1.2 La formation d'une colonie de myxomycètes [Hak95].

Plus tard, W.Weidlich et G.Haag ont recouru à l'approche synergétique pour développer une méthode de modélisation adaptée à la description de systèmes socio-économiques. Contrairement à la synergétique physique, certains des aspects discutés plus haut ne servent dans leur modèle que de référence méthodologique pour justifier des démarches ou des hypothèses et n'apparaissent pas directement dans la formalisation. Ceci correspond d'ailleurs à "l'explication synergétique" de la colonie des myxomycètes : la terminologie synergétique sert plutôt de référence, au moins dans un premier temps, et non à l'élaboration d'un modèle mathématique. En fait, comme le constate W.Weidlich [Wei93], il existe, au niveau épistémologique, une *différence fondamentale entre les systèmes sociaux et les systèmes physiques* : en physique comme nous l'avons discuté, on connaît précisément le comportement des particules qui est décrit selon les équations dynamiques. Ces particules sont complètement identiques et il est ainsi possible de formaliser le lien entre échelle microscopique et échelle macroscopique. Ceci n'est pas le cas dans les systèmes sociaux. Ici, l'échelle microscopique est constituée par l'ensemble des agents sociaux dont le comportement diffère individuellement. Ainsi la prise de décision d'un agent, par exemple le choix d'une résidence, est déjà le résultat d'un processus complexe de formation d'opinion et il serait impossible de formaliser ce comportement pour chaque individu.

Ainsi la modélisation de ces phénomènes sociaux doit être réalisée de façon différente. Dans les systèmes physiques la base de la formalisation est le comportement des éléments microscopiques et, comme nous l'avons vu en thermodynamique, on arrive par une simplification graduelle à l'échelle macroscopique. Il s'agit donc d'une modélisation "du bas vers le haut" (*bottom-up*). Le manque d'informations à l'échelle des agents incite à choisir en sciences

sociales une démarche inverse et de commencer à une échelle plus agrégée (*top-down*) [Wei93] [Rei94]. On a aussi désigné une telle démarche comme *synergétique phénoménologique* [Hak94]. L'exemple du système de villes que nous présentons plus loin montre que, dans certains cas, il est utile d'intégrer les deux méthodes dans la modélisation.

Ainsi pour concevoir leurs modèles W. Weidlich et G. Haag choisissent une formalisation à une *échelle intermédiaire* que nous désignons désormais comme *échelle mésoscopique* et que nous distinguons de l'*échelle microscopique* des individus. Pour discuter leur approche, nous choisissons comme exemple opérationnel le modèle des migrations qui nous a servi de base pour nos propres travaux.

Le système que nous considérons est donc constitué de villes et de villages qui sont des entités spatiales et fonctionnelles. On retrouve ainsi notre observation discutée au début de ce chapitre où nous avons introduit des échelles fonctionnelles selon l'apparition d'unités spatiales qui ont leur propre fonctionnement socio-économique. Il est incontestable que le fonctionnement à cette échelle mésoscopique est issu d'un "contrat social" entre les individus, qui est le résultat d'une *interaction coopérative*. Les individus semblent donc jouer un rôle important dans l'organisation du niveau supérieur. Cependant, un tel point de vue *surestime l'influence individuelle* : par exemple pour l'analyse des flux de migration au niveau européen, la décision prise par un individu ne semble plus décisive pour l'évolution du système.

En outre, une déduction directe du fonctionnement au niveau agrégé à partir du comportement individuel paraît contradictoire à notre remarque que l'organisation socio-économique montre des particularités *propres à cette échelle*. Ainsi, comme le précise aussi L. Sanders [San92] à juste titre, il existe des variables qui ne peuvent être définies qu'à l'échelle agrégée puisqu'elles se réfèrent au fonctionnement collectif, telles que les catégories socio-professionnelles etc.

Ce point de vue correspond aussi à l'articulation des deux échelles considérées en synergétique : par rapport à l'individu le système des villes est une structure macroscopique et l'individu doit réagir en fonction de celle-ci ; en revanche, l'émergence des villes est le résultat d'un acte commun d'individus.

Dans l'approche de Weidlich-Haag on considère à l'échelle mésoscopique le comportement des agents et on recourt *de façon qualitative* aux aspects méthodologiques de la synergétique évoqués plus haut :

- on considère que chaque individu contribue à la constitution d'un cer-

tain comportement moyen qui, en retour, influence son propre jugement.

*Une telle situation est analogue à l'approche du champ moyen.*

Dans le cas d'un modèle de migration on suppose ainsi qu'il est possible d'introduire des mesures moyennes qui caractérisent d'une façon générale soit la disposition des agents à changer de domicile, donc leur mobilité, soit l'attractivité des différentes villes. Cette démarche, qui prend donc l'échelle agrégée comme point de départ, est caractéristique d'une modélisation "top-down".

- à l'échelle des individus, la mobilité, par exemple, peut varier, mais on suppose qu'en général le comportement des agents s'ajuste assez facilement à celui de la majorité (imitation et assimilation). L'opinion générale influence donc le comportement des individus ce qui rappelle le *principe de domination*.

Suite à des événements extérieurs au système, tels qu'une crise économique mondiale, le comportement général peut changer ce qui peut déstabiliser l'organisation actuelle du système. Il existe donc pour les paramètres certains seuils critiques. Ainsi dans le modèle migratoire les auteurs ont introduit un paramètre d'agglomération  $\kappa$  : au-dessous d'une valeur critique de ce paramètre, la population tend à se répartir de façon homogène, en revanche elle préfère s'installer dans les agglomérations si ce seuil est dépassé.  $\kappa$  joue ainsi le rôle d'un *paramètre de contrôle* (comme la température). Dans des systèmes réels on observe toujours des valeurs  $\kappa$  qui tendent à renforcer la tendance au regroupement.

Il est aussi possible d'introduire plusieurs sous-populations et d'étudier leur interaction sociale. Ainsi on peut supposer qu'un groupe (1) préfère les zones résidentielles d'un groupe (2), mais que celui-ci tend à éviter le contact avec (1). Ceci rappelle les observations des sociologues urbains qu'une couche moyenne tend souvent à choisir la même zone résidentielle que la couche sociale la plus aisée, mais que celle-ci préfère ne pas se mélanger à une autre couche sociale. Des études ont montré que dans certains cas, ceci peut même provoquer un comportement chaotique dans le comportement migratoire <sup>8</sup>.

Dans certains cas, les auteurs ont aussi introduit une rétroaction du système sur les paramètres de contrôle : ainsi le système peut se stabiliser ou se

---

<sup>8</sup>Ce phénomène a été étudié par R.Reiner dans sa thèse. Les valeurs des paramètres où le système devient chaotique sont, cependant, loin de ceux observés en réalité.

déstabiliser au cours de son évolution <sup>9</sup>. Weidlich a ainsi conçu un modèle plus qualitatif afin d'expliquer des changements révolutionnaires. Dans ce cas l'ordre macroscopique se déstabilise suite à des changements du comportement des agents et le système tend vers un autre état d'ordre. Comme dans les transitions de phases la déstabilisation se manifeste par l'apparition de variations plus fortes dans le comportement des agents : le phénomène d'imitation disparaît.

Jusqu'ici nous n'avons considéré qu'un type de comportement, les migrations interurbaines et éventuellement intra-urbaines. Au niveau d'une société nous nous sommes donc borné à l'étude d'un phénomène parmi beaucoup d'autres. En outre les migrations interurbaines concernent deux échelles précises, celle des individus et celle des villes.

Comme le précise W.Weidlich, les systèmes socio-économiques ne connaissent, en général, pas uniquement deux échelles, contrairement aux systèmes physiques. Ainsi, comme nous l'avons mentionné, le système de peuplement connaît beaucoup d'échelles fonctionnelles : il est possible de considérer les migrations intraurbaines entre quartiers ou, comme nous allons le montrer, d'analyser le système des villes dans sa totalité. Mais la situation est plus complexe. Ainsi les échelles fonctionnelles des entreprises ne sont pas nécessairement les mêmes que celles de l'organisation d'un état. Et doit-on considérer comme entités fonctionnelles les villes dans leurs limites administratives ou dans celles des communautés urbaines <sup>10</sup>. Cet exemple montre que les échelles ne sont pas toujours clairement définies.

Ainsi nous avons distingué dans notre propre analyse du système de villes trois échelles:

- l'échelle microscopique des agents ;
- l'échelle mésoscopique des villes ;
- l'échelle macroscopique du système des villes.

Cette distinction a aussi été proposée par L.Sanders [San92]. Comme elle le précise, l'échelle microscopique (ou micro-géographique) est la seule qui paraisse facile à identifier. En effet, la particularité de cette échelle s'explique par le fait qu'elle se réfère au *comportement individuel*, donc aux "éléments constitutifs" du système considéré. En revanche, l'échelle mésoscopique et

---

<sup>9</sup>Un de ces modèles sert à simuler les cycles de Schumpeter.

<sup>10</sup>Nous préférons la deuxième solution.

l'échelle macroscopique lui paraissent tellement interreliées qu'elle renonce à les distinguer lors de la discussion de différentes approches de modélisation. Le débat mené en économie entre les approches microéconomique et macroéconomique en est un exemple parlant.

De plus, l'emboîtement d'échelles apparaît non seulement dans l'organisation du fonctionnement d'une société dans l'espace, mais aussi dans le comportement dynamique des différents sous-systèmes qui contribuent au fonctionnement du système. Nous donnons un exemple : la dynamique migratoire doit être considérée comme une *dynamique lente*, si on la compare par exemple aux décisions individuelles de changer de centre commercial pour les achats quotidiens.

Ainsi, si la distinction des échelles pose déjà certains problèmes, l'articulation entre ces échelles paraît encore plus délicate [San92] [Wei93]. Ceci explique le fait que beaucoup de modèles se bornent à l'étude d'une seule échelle comme le précise L.Sanders.

Sous un aspect synergétique une telle restriction n'est pas satisfaisante si l'on veut étudier l'organisation d'un système dans sa totalité, par exemple la distribution rang-taille d'un système de villes. Nous allons voir que la boîte à outils de la synergétique fournit plusieurs méthodes adaptées à la modélisation du fonctionnement de systèmes complexes constitués soit de sous-systèmes en interaction, soit fonctionnant à différentes échelles.

Un des avantages de cette approche est en effet qu'elle permet de concevoir des modèles d'architecture extrêmement modulaire. Par exemple il est possible de tenir compte de plusieurs échelles temporelles dans le fonctionnement de sous-systèmes :

- si les échelles temporelles sont très différentes, il suffit de considérer que le système lent garde son état pour étudier la dynamique rapide. En revanche, pour étudier la dynamique lente, on peut considérer que les processus rapides ont déjà atteint leurs valeurs stationnaires, comme on le fait lors de l'utilisation du principe de domination ;
- il est possible de modéliser l'interaction entre les deux sous-systèmes et d'introduire des paramètres différents pour les échelles temporelles. Nous avons recouru à cette possibilité pour simuler l'évolution de l'offre et de la demande de plusieurs centres commerciaux compétitifs dans une agglomération. Dans ce cas, le comportement dynamique des consommateurs peut différer de celui des commerçants. Ceci a permis de simuler les processus d'ajustement du marché suite à cer-

tains changements extérieurs comme l'amélioration de l'accessibilité d'un centre ou la hausse générale des frais de déplacement pour les consommateurs [Haa88].

La distinction de sous-systèmes et la définition des échelles fonctionnelles et temporelles est donc une tâche importante lors de l'élaboration des modèles.

*Nous avons recouru à de telles possibilités pour essayer d'établir un lien entre l'échelle mésoscopique des villes et l'échelle macroscopique du système des villes. Nous nous sommes borné à considérer la dynamique démographique [Fra91b], ce qui constitue, forcément aussi une restriction. En fait, nous considérons ces travaux plutôt comme une démonstration méthodologique qui met en évidence de quelle façon l'articulation entre échelles peut être formalisée.*

### 1.2.2 Le cadre formel des modèles de Weidlich-Haag

Nous avons vu que l'échelle de référence des modèles se situe non au niveau des individus, mais à une échelle intermédiaire. Cette échelle mésoscopique est définie selon le système considéré afin de se positionner à une échelle fonctionnelle qui permette au mieux de simuler les phénomènes cruciaux dans le comportement dynamique du système. *La formalisation suit toujours le même principe.*

L'état du système est décrit au moyen de variables caractéristiques de l'échelle en question. Ainsi, pour le modèle des migrations interurbaines nous considérons un système de  $L$  villes que nous distinguons par un indice  $i = 1, 2, 3, \dots, L$  et nous étudions la répartition de la population résidentielle entre ces villes. Chaque ville est donc caractérisée par sa population  $n_i$  et on introduit un vecteur d'état :

$$\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3, \dots, n_i, \dots, n_L) \quad (1.1)$$

*Le nombre d'unités  $L$  est donc supposé rester constant*<sup>11</sup>. Une configuration  $\mathbf{n}$  donnée peut changer au cours du temps, suite aux mouvements migratoires et aux évolutions naturelles.

Le fait que le comportement des agents ne soit pas connu au niveau individuel est interprété comme un *manque d'information* sur le comportement réel de chaque agents. Ceci incite W.Weidlich et G.Haag à formaliser le comportement des agents selon une *logique statistique* qui rappelle la méthode de

<sup>11</sup>Ainsi nous considérons des unités urbaines constantes au cours de la période analysée.

formalisation discutée en thermodynamique : Ainsi on introduit à l'échelle des agents une *probabilité conditionnelle* pour un agent résidant dans la ville  $j$  de migrer vers une ville  $i$ . La modélisation de ces probabilités conditionnelles est basée sur plusieurs suppositions :

1. les probabilités individuelles des agents pour une migration sont approximativement les mêmes ce qui traduit l'hypothèse du "champ moyen" discutée plus haut. Ceci permet d'introduire une probabilité générale pour une migration de  $j$  à  $i$  ;
2. les décisions sont supposées *indépendantes* d'autres processus de migration. Cette hypothèse reflète également l'approche du "champ moyen" : seule l'attractivité des villes contribue à la décision de migrer et non l'interaction entre individus ;
3. on considère uniquement les migrations individuelles, c'est-à-dire qu'on exclut les migrations en groupe. Si l'hypothèse paraît éventuellement irréaliste (migration de familles), elle ne l'est pas vraiment puisqu'il est toujours possible de décomposer un tel processus en séquences de plusieurs migrations successives.
4. on suppose, comme en thermodynamique, que le système est sans mémoire, qu'il s'agit donc d'un *système markovien* (cf. plus haut). Dans le contexte présent cela signifie que les décisions de migrer sont prises uniquement selon l'information actuelle sur les villes et que les expériences antérieures ne sont pas prises en compte.

Revenons aux hypothèses 1 et 4. Le fait de définir *un seul type de comportement* et de négliger les expériences précédentes pourrait être considéré comme une simplification inacceptable : on peut supposer que le comportement des agents qui est en partie déterminé par leurs expériences antérieures, diffère selon les groupes sociaux (ou ethniques, religieux, etc.). Or, comme nous l'avons évoqué, il est toujours possible de distinguer plusieurs groupes d'agents auxquels on attribue un comportement différent. Il est même possible de prévoir une probabilité de passer d'un groupe à l'autre ce qu'on peut interpréter comme "intégration" ou "adaptation".

Suivant l'approche synergétique, l'objectif de la modélisation est de décrire la *dynamique* du système. Contrairement aux modèles souvent utilisés en économie, *le système n'est pas supposé être dans un état d'équilibre* : au contraire, nous rappelons que la synergétique analyse l'émergence de structures *loin de l'équilibre*.

Comme la modélisation est basée sur une approche probabiliste, on doit donc introduire une description dynamique probabiliste. Conformément à la logique discutée, la formalisation est réalisée à l'échelle mésoscopique des villes et non à l'échelle des agents. On introduit donc des probabilités  $P(\mathbf{n}, t)$  de trouver une configuration  $\mathbf{n}$  à un certain temps  $t$  et on considère leurs changements dans le temps. C'est seulement ensuite que l'on établit le lien entre l'échelle des villes et les décisions des agents.

La formalisation de la dynamique est basée sur l'hypothèse que le système est markovien. Ceci permet de recourir à l'équation dynamique utilisée en thermodynamique (cf. plus haut), l'équation maîtresse. Dans cette équation le temps est introduit comme une variable continue et on obtient donc une équation différentielle qui prend la forme suivante:

$$\frac{dP(\mathbf{n})}{dt} \equiv \dot{P}(\mathbf{n}) = \sum_{\mathbf{n}' \neq \mathbf{n}} \{w(\mathbf{n}|\mathbf{n}') P(\mathbf{n}') - w(\mathbf{n}'|\mathbf{n}) P(\mathbf{n})\} \quad (1.2)$$

L'équation maîtresse a la forme d'une *équation de bilans* : le changement de la probabilité est la différence entre des flux de probabilité entrants et sortants : le flux entrant décrit le passage des autres configurations vers la configuration considérée, en revanche le flux sortant comptabilise la diminution de la probabilité suite aux passages vers d'autres configurations. Les termes qui décrivent les flux, par exemple  $w(\mathbf{n}|\mathbf{n}') \cdot P(\mathbf{n}')$ , sont constitués des probabilités  $P(\mathbf{n}')$  de la configuration  $\mathbf{n}'$  multipliées par les *taux de transition configurationnels*  $w(\mathbf{n}|\mathbf{n}')$  qui décrivent le passage de la configuration  $\mathbf{n}'$  à  $\mathbf{n}$ . Ces taux de transition correspondent aux probabilités conditionnelles que l'on utilise pour une *modélisation discrète* dans temps (pour les détails cf. [Wei88]). Ainsi, pour les *probabilités conditionnelles des agents*, discutées plus haut, on introduit également des taux de transition  $\varpi(\mathbf{n}|\mathbf{n}')$  pour lesquels les hypothèses discutées restent valables.

Ces hypothèses permettent de concrétiser la forme des taux de transition. D'abord rappelons que seules les migrations individuelles sont considérées. La population diminue ou augmente donc seulement d'un habitant par processus de migration. Ainsi on obtient uniquement des changements de configuration de la forme :

$$\begin{aligned} \mathbf{n} &= (n_1, n_2, \dots, n_i, \dots, n_j, \dots, n_L) \\ \rightarrow \mathbf{n}^{i+j-} &= (n_1, n_2, \dots, n_i + 1, \dots, n_j - 1, n_L) \end{aligned} \quad (1.3)$$

Ceci réduit les configurations qui contribuent aux changements des proba-



bilités et on obtient:

$$\begin{aligned} \dot{P}(\mathbf{n}) = & \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^L \{w(\mathbf{n}|\mathbf{n}^{i+,j-}) P(\mathbf{n}^{i+,j-}) - w(\mathbf{n}^{i+,j-}|\mathbf{n}) P(\mathbf{n})\} \\ & + \sum_{i=1}^L \{w(\mathbf{n}|\mathbf{n}^{i+}) P(\mathbf{n}^{i+}) + w(\mathbf{n}|\mathbf{n}^{i-}) P(\mathbf{n}^{i-}) \\ & - w(\mathbf{n}^{i-}|\mathbf{n}) P(\mathbf{n}) - w(\mathbf{n}^{i+}|\mathbf{n}) P(\mathbf{n})\} \end{aligned} \quad (1.4)$$

Ensuite il est possible d'établir le lien entre les taux de transition configurationnels et les taux de transition individuels. Comme les décisions des agents sont supposées être indépendantes, le taux  $w(\mathbf{n}^{i+,j-}|\mathbf{n})$  est égal aux taux individuels, multipliés par le nombre de migrants potentiels, donc par le nombre d'habitants de la ville de départ ("mover pool"):

$$w(\mathbf{n}^{i+,j-}|\mathbf{n}) = n_j \cdot \varpi(\mathbf{n}^{i+,j-}|\mathbf{n}) \quad (1.5)$$

Hormis les migrations, la configuration du système des villes change aussi par les *évolutions naturelles*. Dans le modèle de Weidlich-Haag on introduit, suivant la logique discutée, des *taux de natalité* et des *taux de mortalité*.

Dans leurs travaux les auteurs ont supposé que ces taux sont "homogènes", qu'il n'existe donc pas de différence entre les régions ou villes. Cette hypothèse sera discutée plus loin. Dans la formalisation du modèle, on définit donc un taux individuel moyen  $\rho_i^+$  pour la natalité et  $\rho_i^-$  pour la mortalité. Le taux d'évolution naturelle est ainsi :

$$\begin{aligned} w(\mathbf{n}^{i\pm}|\mathbf{n}) &= n_i \cdot \rho_i^\pm \\ &= n_i \cdot (\rho_i^+ - \rho_i^-) \end{aligned} \quad (1.6)$$

Tenant compte de l'ensemble de ces hypothèses, on obtient la forme définitive de l'équation maîtresse:

$$\begin{aligned} \dot{P}(\mathbf{n}) = & \\ = & \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^L \{(n_i + 1) \varpi(\mathbf{n}|\mathbf{n}^{i+,j-}) P(\mathbf{n}^{i+,j-}) - n_j \varpi(\mathbf{n}^{i+,j-}|\mathbf{n}) P(\mathbf{n})\} \\ & + \sum_{i=1}^L \{(n_i + 1) \rho_i^- P(\mathbf{n}^{i+}) + (n_i - 1) \rho_i^+ P(\mathbf{n}^{i-}) \\ & - n_i \rho_i^- P(\mathbf{n}) - n_i \rho_i^+ P(\mathbf{n})\} \end{aligned} \quad (1.7)$$

Pour les effets migratoires la dynamique des probabilités est déterminée par les taux de transition : *explicitement leur forme est la démarche la plus importante de la modélisation*. Dans leur modèle des migrations interrégionales W.Weidlich et G.Haag ont choisi la forme suivante qui a aussi été utilisée pour la description des migrations interurbaines, [Haa92], [Fra91b], [San92] :

$$\varpi(\mathbf{n}|\mathbf{n}^{i+,j-}) = \nu(t) f_{ij} e^{u_i(t)-u_j(t)} \quad (1.8)$$

Nous donnons la signification des différents paramètres :

- $\nu(t)$  est un paramètre qui décrit la *mobilité* des agents, donc leur disposition générale à migrer. Au niveau théorique, ce terme décrit la dynamique globale du système : une grande mobilité provoque un changement rapide des probabilités. Il est supposé varier au cours du temps ;
- les  $f_{ij}$  décrivent l'influence de la distance entre les villes  $i$  et  $j$ . Plusieurs formulations ont été proposées, notamment en introduisant un lien direct avec les distances topographiques. Nous en parlons plus loin. Ces paramètres sont supposés constants dans le temps ce qui s'inscrit dans la logique des distances topographiques ;
- les paramètres  $u_i(t)$  décrivent l'*attractivité* des différentes villes. La différence  $u_j(t) - u_i(t)$  entre attractivités est donc responsable des flux migratoires entre ces villes <sup>12</sup>. On suppose qu'ils peuvent varier dans le temps.

En réalité, il est impossible de résoudre ce système d'équations puisqu'on peut facilement imaginer le grand nombre de configurations possibles selon la théorie. Cependant la majeure partie de ces configurations n'ont aucun intérêt pratique : imaginons par exemple une configuration où toute la population du système soit concentrée dans une seule ville de province. En fait on suppose que seul un nombre très restreint de configurations soit proche de réalité.

*Ainsi, afin de rendre le modèle opérationnel, on recourt à la logique statistique telle qu'elle est aussi utilisée en thermodynamique, on passe à l'équation des valeurs moyennes.*

---

<sup>12</sup>La forme exponentielle choisie par les auteurs a été justifiée par des arguments plutôt techniques. En revanche un lien a été établi entre cette forme des attractivités et la théorie des utilités (random utility theory).

Comme dans tous les cas similaires ceci suppose que la distribution probabiliste soit *unimodale, symétrique et très concentrée autour de la valeur moyenne*. Il est ainsi possible de déduire l'équation dynamique des valeurs moyennes qui correspond à l'équation maîtresse (1.4) :

$$\begin{aligned} \dot{\bar{n}}_i = & \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^L \left\{ w(\bar{\mathbf{n}}^{i+,j-} | \bar{\mathbf{n}}) - w(\bar{\mathbf{n}}^{i-,j+} | \bar{\mathbf{n}}) \right\} \\ & + w(\bar{\mathbf{n}}^{i+} | \mathbf{n}) - w(\bar{\mathbf{n}}^{i-} | \mathbf{n}) \end{aligned} \quad (1.9)$$

où les valeurs moyennes sont désignées par un trait. Comme nous ne considérons désormais que des valeurs moyennes, nous allons cependant renoncer à indiquer les traits, afin de ne pas alourdir la notation. L'équation (1.9) décrit donc l'évolution dans le temps des valeurs moyennes.

Cette formulation permet d'établir un lien direct avec les données empiriques si l'on associe celles-ci aux valeurs moyennes. Dans des systèmes réels, les données ne sont disponibles que pour certaines dates, par exemple les recensements. Ainsi, si l'on dispose d'une série de données à un temps  $t$ , la série suivante se réfère au temps  $t + \Delta t$  où  $\Delta t$  est l'intervalle entre les deux recensements. Afin de rendre l'équation (1.9) opérationnelle, on remplace la dérivée dans le temps par la variation de la population entre les deux dates, divisée par l'intervalle  $\Delta t$ <sup>13</sup> :

$$\frac{n_i^{(e)}(t + \Delta t) - n_i^{(e)}(t)}{\Delta t} \approx \frac{d\bar{n}_i}{dt} \quad (1.10)$$

En outre, on identifie les taux de migration et les taux de l'évolution naturelle aux matrices de migrations observées et aux bilans naturels. On obtient donc l'équation des données empiriques, équivalente à la relation (1.9) :

$$\begin{aligned} \frac{n_i^{(e)}(t + \Delta t) - n_i^{(e)}(t)}{\Delta t} = & \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^L \left\{ w(\mathbf{n}^{i+,j-} | \mathbf{n})^{(e)} - w(\mathbf{n}^{i-,j+} | \mathbf{n})^{(e)} \right\} \\ & + w(\mathbf{n}^{i+} | \mathbf{n})^{(e)} - w(\mathbf{n}^{i-} | \mathbf{n})^{(e)} \end{aligned} \quad (1.11)$$

Une fois le lien établi entre les données empiriques et l'équation des valeurs moyennes, il est alors possible de calibrer le modèle. En particulier on s'intéresse à l'estimation des paramètres qui peuvent servir de base pour

<sup>13</sup>Mathématiquement parlant, on remplace donc le quotient différentiel par le quotient des différences.

une explication des mouvements migratoires, donc aux attractivités  $u_i(t)$ , aux mobilités  $\nu(t)$  et aux paramètres  $f_{ij}$ .

La procédure d'estimation s'avère facile à réaliser, si les matrices de migration sont connues, ce qui était le cas pour les migrations interrégionales [Wei88]. Dans ce cas, il est possible d'utiliser directement la définition des taux moyens, par exemple sous la forme <sup>14</sup> :

$$w(\bar{\mathbf{n}}^{i+j} | \bar{\mathbf{n}}) = n_j(t) \nu(t) f_{ij} e^{u_i(t) - u_j(t)} \quad (1.12)$$

qui sert de base pour la procédure d'estimation des paramètres. Celle-ci suit la logique habituelle selon laquelle on cherche à minimiser les écarts quadratiques entre le modèle et les données.

Il a en effet été possible de déterminer les paramètres  $u_i(t)$ ,  $\nu(t)$  et  $f_{ij}$ .

On obtient ainsi des mesures d'attractivité et de mobilité qui globalisent l'information sur l'ensemble des migrations.

Dans une seconde étape, on cherche alors à établir un lien avec des indicateurs socio-économiques, qui permettent une explication de ces mouvements migratoires. Cette tâche est réalisée à l'aide d'une régression multiple particulière qui hiérarchise graduellement les indicateurs selon leur influence sur les paramètres (*ranking regression analysis*).

Comme le note L.Sanders dans son livre, le modèle n'est pas *a priori* un modèle *explicatif*, mais plutôt un modèle *descriptif* : ce n'est seulement *a posteriori* que l'on cherche au moyen de la régression à donner une explication aux mouvements migratoires observés [San92].

Le modèle ne présume en effet aucun comportement particulier des agents, il les constate. Une telle démarche s'inscrit dans la logique "top-down". Elle se situe dès le début à une échelle mésoscopique et ne fait aucune hypothèse sur le comportement des agents comme on le fait par exemple en microéconomie avec le concept de l'optimisation des utilités.

---

<sup>14</sup>En réalité l'estimation est d'abord réalisée à partir d'une forme plus générale qui suppose  $\nu(t) f_{ij} = \nu_{ij}(t)$  et l'on estime seulement ensuite  $\nu(t)$  et  $f_{ij}$

## 1.3 Le système des villes françaises

*L'objectif de notre travail était l'analyse du système des villes françaises à partir de la base de données disponible à l'INED <sup>15</sup>. Une première analyse était consacrée à l'adaptation du modèle de migrations présenté ci-avant en tenant compte des particularités de la base de données. Ceci a nécessité des réflexions sur plusieurs approximations, ainsi que l'introduction de sous-systèmes regroupant un certain nombre de villes sous des aspects particuliers. En outre, nous avons recouru à des méthodes d'estimation de paramètres non-linéaires afin de déterminer les paramètres du modèle. Nous avons testé à quel point cette estimation était fiable, la base de données étant réduite par comparaison aux analyses antérieures réalisées au sein de l'équipe de recherche sous la direction de W.Weidlich.*

*Dans un second temps, nos recherches se sont concentrées sur l'élaboration d'une approche synergétique pour étudier le système des villes françaises sous l'aspect de l'organisation hiérarchique de ce système.*

### 1.3.1 L'analyse des migrations interurbaines

Afin d'adapter le modèle de migration de Weidlich-Haag, initialement conçu pour l'analyse des migrations interrégionales à l'analyse du système des villes françaises, nous avons dû tenir compte, d'une part, de la nature des données disponibles et, d'autre part, des particularités d'un système de villes :

- par rapport à un système de régions le nombre d'unités urbaines est beaucoup plus élevé : en 1982 on comptait 1753 unités urbaines en France. *Il est impossible d'estimer un nombre aussi important de paramètres, par exemple d'attractivité. La modélisation doit donc être simplifiée ;*
- uniquement pour l'ensemble des 78 plus grandes villes des matrices de migrations sont connues. C'est cet échantillon qui a été utilisé par L.Sanders dans ses analyses [San92]. Pour la totalité des villes seules les données sur la population sont disponibles (aux dates des recensements). Il n'est donc pas possible d'estimer les paramètres en confrontant les taux de transition aux matrices de migrations. *Les procédures d'estimation de paramètres doivent être modifiées ;*

---

<sup>15</sup>Cette base de données a été mise à disposition par D.Pumain.

### 1.3.1.1 La subdivision du système de villes

Dans un premier temps nous avons réfléchi à une approche qui permette la subdivision des unités urbaines. Comme le système des villes françaises est largement dominé par quelques villes importantes, il nous a semblé utile de dissocier le système en deux sous-systèmes complémentaires :

- l'un, le sous-système  $\mathcal{S}$  est constitué des  $K$  plus grandes villes ;
- le second, désigné par  $\mathcal{R}$  regroupe les autres villes.

Dans le sous-système  $\mathcal{S}$ , on considère les villes de façon individuelle et elles sont caractérisées par les attractivités  $u_i$  et les matrices  $f_{ij}$ . En revanche, pour le sous-système  $\mathcal{R}$  nous supposons que l'ensemble des villes est caractérisé par une seule attractivité  $u_{\mathcal{R}}$  et, en conséquence par un seul élément de matrice  $f_{i\mathcal{R}}$ . On globalise ainsi l'information dans le système  $\mathcal{R}$ . On suppose implicitement que la décision de migrer d'une ville du système  $\mathcal{R}$  vers le sous-système  $\mathcal{S}$  ne dépend que de la ville de ce système  $\mathcal{S}$ , donc la ville d'arrivée.

Une telle hypothèse semble justifiée si l'on ne considère que des migrations à grandes distances. Comme l'on montre Haag et al. [Haa92] la distance réelle ne joue plus de rôle important pour ce type de migrations qui ne sont plus liées au phénomène de périurbanisation, mais à un déplacement définitif. Une telle décision s'inscrit habituellement dans la logique de l'emploi, et alors l'effet distance est limité. En revanche en sens inverse, on suppose que la décision est dominée par le désir de quitter la grande ville résidentielle pour s'installer dans quelque petite ville sans la caractériser davantage.

En tenant compte de ces suppositions, on obtient une équation des valeurs moyennes sous la forme :

$$\dot{n}_i = \nu \left\{ \sum_{j \in \mathcal{S}} n_j f_{ij} e^{u_i - u_j} - \sum_{j \in \mathcal{S}} n_i f_{ij} e^{u_j - u_i} + \right. \\ \left. + \frac{n_{\mathcal{R}}}{L - K} (L - K) f_{i\mathcal{R}} e^{u_i - u_{\mathcal{R}}} - n_i (L - K) f_{i\mathcal{R}} e^{u_{\mathcal{R}} - u_i} \right\} + \rho_i' n_i$$

Sous l'angle de la thermodynamique, l'introduction d'un tel "hinterland global", d'un sous-ensemble de villes, rappelle l'introduction d'un "réservoir" qui globalise l'information sur un grand nombre d'éléments. Celui-ci a des échanges avec un autre système, qui est, lui, constitué de plusieurs unités distinctes. Dans ce réservoir même, on estime que chaque unité contribue

de façon comparable à un "champ moyen" qui caractérise l'attractivité de ce sous-système.

En géographie on parle dans ce cas de problème *d'agrégation de données*. Or, comme les termes concernés dans les équations dynamiques ne sont pas linéaires, il s'agit d'un problème non-trivial non seulement au niveau de la formalisation, mais aussi pour l'interprétation de cette procédure. Nous avons donc étudié la signification des nouveaux paramètres  $u_{\mathcal{R}}$  et  $f_{i\mathcal{R}}$  en les confrontant aux termes initiaux qui contiennent encore toute l'information sur les villes de l'ensemble  $\mathcal{R}$ . En effet, pour exiger une cohérence entre la nouvelle équation dynamique et l'équation originale, on doit exiger l'égalité des deux termes qui se réfèrent au système  $\mathcal{R}$  :

$$\begin{aligned} f_{i\mathcal{R}} e^{u_i - u_{\mathcal{R}}} \sum_{j \in \mathcal{R}} n_j - (L - K) f_{i\mathcal{R}} n_i e^{u_{\mathcal{R}} - u_i} &\stackrel{!}{=} \\ &\stackrel{!}{=} e^{u_i} \sum_{j \in \mathcal{R}} n_j f_{ij} e^{-u_j} - n_i e^{-u_i} \sum_{j \in \mathcal{R}} f_{ij} e^{u_j} \quad \text{pour tous les } i \in \mathcal{S} \end{aligned} \quad (1.13)$$

Nous avons pu déduire qu'il est en effet possible de trouver une telle interprétation si l'on considère le facteur  $f_{ij}$  comme produit :

$$\begin{aligned} f_{ij} &= g_i \cdot g_j \\ f_{i\mathcal{R}} &= g_i \cdot g_{\mathcal{R}} \end{aligned} \quad (1.14)$$

Ainsi les  $f_{ij}$  ne peuvent plus être associés à une distance géographique. Mais une telle interprétation perd déjà son sens pour le paramètre  $f_{i\mathcal{R}}$  puisqu'il ne semble pas utile de définir une distance moyenne au système  $\mathcal{R}$ . Ainsi nous avons proposé de considérer ces facteurs  $g_i, g_{\mathcal{R}}$  comme *mesure d'interconnectivité de l'unité en question* qui reflète par exemple l'accessibilité d'une ville. Celle-ci étant pareille dans les deux sens, il s'agit d'un effet symétrique ; une telle interprétation peut également être appliquée au paramètre  $g_{\mathcal{R}}$ .

Il est alors possible de déduire une interprétation cohérente à partir de la relation (1.13). On introduit alors un facteur  $\mathcal{E}_{\mathcal{SR}}$  qui décrit globalement la tendance de quitter le système  $\mathcal{R}$  pour s'installer dans le système  $\mathcal{S}$ . Il s'agit donc d'un *terme de répulsion* ("push-factor") que nous désignons comme *facteur d'émigration*. En revanche on obtient un facteur  $\mathcal{I}_{\mathcal{RS}}$  qui caractérise l'attraction ("pull-factor") dans le système  $\mathcal{R}$ , donc une *facteur d'immigration*. Cette approche permet une définition rigoureuse des deux paramètres du système  $\mathcal{R}$ :

$$g_{\mathcal{R}} = (\mathcal{E}_{\mathcal{SR}} \cdot \mathcal{I}_{\mathcal{RS}})^{\frac{1}{2}} \quad (1.15)$$

$$e^{u_{\mathcal{R}}} = \left( \frac{\mathcal{I}_{\mathcal{RS}}}{\mathcal{E}_{\mathcal{SR}}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.16)$$

Le premier terme est donc la moyenne géométrique des facteurs d'émigration et d'immigration ce qui est en concordance avec la structure symétrique et multiplicative de  $f_{i\mathcal{R}}$  par rapport aux paramètres  $g_i$  et  $g_{\mathcal{R}}$ . Le fait que  $g_{\mathcal{R}}$  soit une moyenne des facteurs d'émigration et d'immigration traduit qu'il s'agit en effet d'une mesure globale pour l'*interconnectivité* des deux entités concernées. Pour les  $u_{\mathcal{R}}$  l'argumentation est semblable. Cependant il faut tenir compte du fait que les attractivités sont définies dans l'exposant et qu'il s'agit ainsi d'une mesure qui s'inscrit dans une logique logarithmique. En utilisant le logarithme de (1.16):

$$u_{\mathcal{R}} = \frac{1}{2} (\log \mathcal{I}_{\mathcal{RS}} - \log \mathcal{E}_{\mathcal{SR}}) \quad (1.17)$$

on constate que le terme  $u_{\mathcal{R}}$  reflète la différence (des logarithmes) entre les facteurs d'immigration et d'émigration. Celle-ci représente donc une mesure d'attractivité : si, par exemple, l'immigration est plus forte que l'émigration, il y a effet migratoire positif.

*Cette discussion met d'ailleurs bien en évidence la nature des paramètres du modèle de Weidlich-Haag : ils représentent une mesure synthétique des mouvements migratoires.*

Lors des estimations des paramètres nous avons testé la pertinence de cette approximation en variant le nombre de villes  $K$  de l'ensemble  $\mathcal{S}$ . Nous avons choisi de façon consécutive des valeurs  $K = 5, 10, 20, 30, 50$ . En élargissant le système  $\mathcal{S}$  les valeurs absolues des attractivités changent. Cependant il est possible de vérifier si elles changent de position les unes par rapport aux autres dans leur ordre cardinal. Ainsi, par exemple en considérant les  $K = 5$  plus grandes villes nous avons contrôlé si l'ordre cardinal de celles-ci reste le même si l'on élargit le système à  $K = 10, 20, 30$ , etc. villes. Si l'on ajoute à l'ensemble  $\mathcal{S}$  certaines villes qui montrent une forte croissance, telle Nice, leur attractivité  $u_i$  peut largement dépasser celle des grandes villes formant l'ensemble  $\mathcal{S}$  initial. Nous avons pu constater que l'ordre cardinal des premières villes est rarement affecté. Cette stabilité incite à considérer que la subdivision du système de villes est une approximation acceptable.

### 1.3.1.2 Le principe de l'estimation des paramètres

Le fait de disposer d'une base de données réduite a nécessité une démarche différente de celle utilisée habituellement :



- comme les matrices de migrations ne sont pas connues, nous avons dû recourir à l'équation des valeurs moyennes. Suivant la logique du modèle, nous avons remplacé, dans cette équation, la première dérivée dans le temps, qui décrit le changement temporel de la population de chaque ville, par la différence du nombre d'habitants à deux dates consécutives.
- afin de calibrer le modèle, on doit estimer pour chaque date,  $K - 1$  attractivités  $u_i$ , le paramètre  $\nu$  et, pour la totalité de la période considérée, les paramètres  $f_{ij}$ . Ceci paraît impossible avec la base de données réduite disponible. Nous avons donc utilisé les  $f_{ij}$  tels qu'ils ont été estimés à partir des matrices de migration disponibles pour les 78 plus grandes villes <sup>16</sup>.

Nous nous sommes donc borné à l'estimation des *paramètres dynamiques*  $\nu(t)$  et  $u_i(t)$ . Cependant le rapport entre les données et les paramètres à estimer reste précaire : on dispose de  $K$  nombres qui décrivent le changement de la population. En revanche on doit estimer  $K - 1$  attractivités <sup>17</sup>, ainsi que la valeur  $\nu$ . Nous avons introduit une procédure d'estimation où nous avons combiné les séries de trois années consécutives, et nous attribué les paramètres estimés à la date centrale (pour les détails cf. [Fra91b]).

La forme de l'équation des valeurs moyennes pose un problème supplémentaire. Nous savons qu'elle est constituée d'une partie qui décrit les mouvements migratoires  $\mathcal{W}_i$  à laquelle s'ajoute le bilan naturel  $\rho n_i$  :

$$\begin{aligned} \dot{n}_i &= \sum_{j=1, j \neq i}^L n_j \nu f_{ij} e^{u_i - u_j} - \sum_{j=1}^L n_i \nu f_{ij} e^{u_j - u_i} + \rho_i n_i \\ &\equiv \mathcal{W}_i + \rho n_i \end{aligned} \quad (1.18)$$

Afin de disposer d'une base de données pertinente pour estimer les paramètres qui se réfèrent aux migrations, on doit donc déduire le bilan naturel du total des changements démographiques  $\dot{n}_i$  :

Or, comme on ne considère dans les termes migratoires  $\mathcal{W}_i$  que le système des villes françaises, tous les phénomènes d'immigration et d'émigration sont implicitement attribués au terme des bilans naturels  $\rho n_i$ . Il est donc plus correct de parler d'un terme résiduel qui regroupe toutes les influences

<sup>16</sup>Si une telle possibilité n'existe pas, nous avons proposé d'utiliser une définition différente de ces paramètres basée sur les distances géographiques.

<sup>17</sup>La somme des attractivités est normalisée à  $un$ , donc on doit seulement estimer  $K - 1$  valeurs  $u_i$

extérieures aux migrations internes du système de villes en question. Or comme ces résidus  $\mathcal{A}_i$  ne sont pas connus, on doit les estimer selon un modèle mathématique. Selon la logique du modèle de Weidlich-Haag, l'homogénéité supposée pour le bilan naturel est donc directement appliquée à ces résidus :

$$\mathcal{A}_i \stackrel{!}{=} \tilde{\rho} n_i \quad (1.19)$$

où  $\tilde{\rho}$  est le taux général de variation de la population issue d'influences externes au système de villes considéré.

Ainsi on suppose que les mouvements migratoires vers l'extérieur du système urbain affectent chaque ville de la même façon, ce qui n'est certainement pas le cas. Ceci implique que les écarts à cette moyenne sont distribués de façon aléatoire, c'est-à-dire selon une distribution normale.

Cette hypothèse est aussi la base implicite de la procédure d'estimation même des paramètres : la fonction objective qui nous a servi de base pour la procédure d'optimisation, est basée sur la logique habituelle par laquelle on minimise la somme des carrés des écarts au modèle. *Or, une telle logique suppose que les écarts des données empiriques suivent une distribution normale.*

Ceci nous a incité à tester la validité de l'hypothèse de l'homogénéité. Comme l'évolution naturelle et les matrices de migrations sont connues pour les 78 plus grandes villes, nous avons testé cette hypothèse pour cet ensemble aussi bien pour le bilan naturel que pour les résidus qui incluent donc, dans ce cas, tous les mouvements migratoires vers les autres villes du système des villes françaises.

### 1.3.1.3 L'analyse des taux d'évolution naturelle et des résidus

L'hypothèse de l'homogénéité paraît déjà discutable pour le bilan naturel dans un système de villes : la concentration de la population active dans les grandes agglomérations contribue à une augmentation du taux de natalité par rapport à celui des villes situées dans des régions rurales. Pour les résidus le même argument reste valable : les plus grandes villes attirent plus de migrants que les petites.

Pour l'analyse des données deux interprétations différentes ont été choisies :

- dans un premier temps nous avons considéré le taux d'évolution naturelle comme propriété des villes. Alors on dispose d'un seul échantillon constitué de 78 unités. On doit alors vérifier si les chiffres suivent une

distribution gaussienne. Nous avons testé cette hypothèse au moyen du test de  $\chi^2$  pour les séries de données des trois années qui ont constitué la base empirique de la procédure d'estimation de paramètres (cf. plus loin). Les valeurs du test obtenues montrent que l'hypothèse d'une distribution gaussienne est acceptable pour l'évolution naturelle, cependant ce résultat est relativisé par les autres tests. Pour les résidus l'hypothèse n'est déjà plus valable pour la dernière période.

Nous avons aussi analysé si le taux moyen d'évolution naturelle obtenu pour *l'ensemble des 1793 villes françaises* est en concordance avec la valeur moyenne de l'échantillon des 78 plus grandes villes (qui est supérieure à celle de l'ensemble des villes). Nous avons ainsi testé si l'échantillon des 78 villes est *représentatif de l'ensemble des villes*. Le résultat de cette analyse est *négatif* ce qui confirme que la population jeune est concentrée dans les plus grandes villes ;

- dans un deuxième temps, nous avons considéré que le taux d'évolution naturelle est plutôt un caractère propre à la population. Selon ce point de vue on dispose de 78 échantillons et l'on distingue dans chaque échantillon la part de population qui est sujette à un "changement naturel" (natalité ou mortalité). On considère donc un caractère dichotomique.

Cette interprétation permet de recourir à l'analyse de variance afin de comparer la moyenne de tous les échantillons à celle de tous les échantillons.

Les résultats montrent que la distribution de valeurs moyennes ne suit pas une distribution normale, ni pour les changements naturels ni pour les résidus. *L'hypothèse d'une homogénéité de l'évolution naturelle est donc rejetée.*

#### 1.3.1.4 Les différentes versions du modèle

La discussion à propos de l'influence des résidus  $\mathcal{A}_i$  nous amène à la question de la délimitation du système des villes : d'après thermodynamique il s'agit d'un *système ouvert* en raison des mouvements migratoires vers l'extérieur et de l'évolution naturelle. L'inconvénient est surtout que ces deux effets sont confondus au niveau de leur formalisation, mais de toutes manières, on doit choisir une hypothèse pour introduire ces termes dans le modèle. Supposer une distribution homogène est certes la démarche la plus simple.

Il est difficile d'évaluer l'influence réelle d'une hypothèse sur les résultats de l'estimation des paramètres puisqu'il s'agit d'un système d'équations non-linéaires. Afin de pouvoir évaluer cette influence nous avons étudié plusieurs versions du modèle en utilisant différentes définitions du système des villes. Nous avons donc étudié l'influence de la fermeture du système par rapport aux résultats obtenus. Les premiers tests étaient basés sur 13 versions différentes, nous n'avons définitivement retenu que 8 d'entre elles.

Dans un premier groupe de versions, nous avons considéré le système des villes françaises dans sa totalité, mais nous avons recouru à l'approche discutée pour dissocier ce système en deux sous-systèmes  $\mathcal{S}$  et  $\mathcal{R}$ . Pour un nombre variable de  $K$  grandes villes formant l'ensemble  $\mathcal{S}$ , nous avons utilisé différentes approximations pour les résidus  $\mathcal{A}_i$  :

- 1.1 nous avons identifié le terme  $\mathcal{A}_i$  avec les bilans naturels disponibles pour les grandes villes. On néglige alors les flux migratoires provenant des villes hors du système des villes françaises (rural, pays étrangers) on les attribue aux migrations interurbaines qui sont ainsi surestimées. En revanche, les disparités au niveau de l'évolution naturelle entre les  $K$  grandes villes sont prises en compte.
- 1.2 dans cette version nous avons utilisé la valeur moyenne des taux d'évolution naturelle des 78 plus grandes villes. La situation est la même, mais ce sont les différences entre villes qui sont négligées.

Dans les deux autres versions, l'approche était différente : nous avons déterminé le *bilan total de l'évolution de la population dans le système des villes* qui inclut aussi bien les immigrations et les émigrations que le bilan naturel. Ce point de vue est donc plus proche de la logique des résidus, mais ne tient pas compte des différences entre villes. Deux versions ont été étudiées :

- 1.3 le bilan total a été déterminé à partir de la population totale de la France afin d'être le plus proche de la logique discutée. Un certain biais apparaît alors puisqu'on considère uniquement le système des villes et non les communes rurales.
- 1.4 afin de comparer les résultats entre taux moyen d'évolution naturelle et taux moyen du bilan total de l'évolution de la population, nous avons recouru à l'approche de la version 1.3, mais en utilisant la population du système des 78 villes seulement.

L'analyse de la série 1 (versions 1.1 - 1.4) cherchait surtout à évaluer l'influence de l'hypothèse d'homogénéité. L'influence des migrations externes sur

le système considéré était assez réduite puisqu'on a considéré le système total des villes françaises.

Dans une deuxième série nous avons analysé l'influence du choix de la taille du système de villes : si on limite, par exemple, ce système aux 78 plus grandes villes, les échanges migratoires avec les autres villes demeurent considérables, et la distorsion provoquée par l'utilisation d'une hypothèse d'homogénéité pour les résidus  $\mathcal{A}_i$  devrait être plus importante <sup>18</sup> :

2.1 une première version utilisait la connaissance des matrices de migration. Celle-ci servent à calculer directement le bilan migratoire pour les villes *mais uniquement celui des migrations internes au système des 78 plus grandes villes*. Ces résultats ont été confrontés à ceux obtenus par une estimation traditionnelle, qui confronte les matrices de migration directement au modèle explicite des taux de migration (cf. plus haut), donc selon la méthode choisie pour l'estimation des attractivités et des mobilités dans le modèle des migrations interrégionales. Cette version a été désignée par 2.S <sup>19</sup>.

2.2 une deuxième version correspondait à 1.4. Ainsi une comparaison directe était possible entre les deux série 1 et 2.

### 1.3.1.5 L'estimation des paramètres et les résultats obtenus

Les estimations ont été réalisées en coopération avec H.-P.Schwefel en utilisant un logiciel développé par lui-même et U.Hermes. Dans ce logiciel un certain nombre de stratégies d'optimisation sont implantées et il est possible de changer de stratégie lors du procédé d'estimation en cours. Ainsi nous avons pu exclure toute ambiguïté dans la détermination du minimum absolu de la fonction objective.

De façon générale, on a pu constater que des résultats uniques et stables étaient obtenus pour les attractivités – au moins en ce qui concerne la disparité entre les villes. En revanche, on a pu observer que des solutions équivalentes apparaissaient en agrandissant la fourchette des attractivités au détriment de la mobilité. Ainsi il s'est pratiquement avéré impossible

---

<sup>18</sup>En fait comme on ne considère en réalité que les  $K$  plus grandes villes, on ne change que la taille du "réservoir"  $\mathcal{R}$  en passant du système constitué de toutes les villes au système réduit des 78 plus grandes villes. Comme il s'agit d'un effectif de migrants potentiels important les résultats peuvent néanmoins être affectés.

<sup>19</sup>Cette analyse est équivalente à l'estimation des attractivités utilisé par L.Sanders [San92].

d'estimer la mobilité. Ce phénomène s'explique par le fait que l'estimation est basée sur une équation de bilans (équation des valeurs moyennes) qui ne tient pas compte de l'*effectif total* des migrations. Or comme la mobilité globalise le montant total des flux migratoires, le résultat n'est pas surprenant.

Par rapport aux différentes versions, la conception du modèle s'est avérée assez fiable. Concernant les différences observées dans les valeurs d'attractivité un lien direct a pu être établi avec les hypothèses des modèles. Nous nous bornons à résumer quelques résultats révélateurs :

- **série 1** : les trois versions dans lesquelles on utilise des taux moyens ne diffèrent pas beaucoup, au moins au niveau de l'ordre ordinal des attractivités, ceci vaut en particulier pour les deux versions 1.3 et 1.4 qui sont basées sur le taux d'évolution totale du système des villes. Dans la version 1.2, qui utilise les taux moyens des changements naturels des 78 villes, on observe une différence plus importante pour Marseille. Dans ce cas l'attractivité observée pour Marseille s'approche dans les versions 1.3 et 1.4 de celle de 1.1 qui utilise les taux réels de l'évolution naturelle. Ceci s'explique facilement car ce taux est considérablement plus bas à Marseille que pour les autres grandes villes. Le taux moyen des 78 villes, utilisé dans le modèle 1.2 est donc trop élevé et ainsi la part de l'évolution de la population attribuée aux migrations est sous-estimée ; l'attractivité est ainsi plus basse. En revanche, les taux moyens utilisés dans les versions 1.2 et 1.4 sont plus proches du taux d'évolution naturelle de Marseille. La comparaison entre 1.1. et 1.2 confirme ces observations. Ainsi Lyon change aussi de position, mais en sens inverse. En effet, le taux d'évolution naturelle est plus élevé à Lyon qu'à Marseille.
- **série 2**: les résultats de la série 2 sont plus complexes et montrent des différences parfois considérables, par rapport aux résultats de la série 1. Ainsi, l'ordre des rangs change complètement entre les versions 1.4 et 2.2. Ceci indique que le fait de se borner aux migrations entre les villes du système des 78 plus grandes villes est une hypothèse beaucoup plus lourde que les hypothèses d'homogénéité discutés. Les  $u_i$  attractivités estimées ne caractérisent que l'attractivité à l'intérieur du système des 78 villes, mais il faut aussi être conscient que les distorsions à partir des changements de population attribués aux résidus sont certainement importantes. Ceci paraît évident si l'on considère le modèle 2.1 basé sur les matrices de migration. Ces résultats sont encore plus proches du modèle 1.4 que de ceux du modèle 2.1. L'approche 2.1 semble donc

critiquable.

Finalement le recours à la méthode d'estimation directe (2.S) donne des résultats encore différents des autres. Ce n'est pas surprenant : en fait dans ce modèle uniquement, les attractivités caractérisent vraiment les mouvements migratoires *donc les flux*. En revanche les autres estimations évaluent l'importance d'une ville à partir du bilan de la population. Il s'agit donc d'une approche également justifiable, même si l'introduction d'une mesure de mobilité semble moins appropriée.

### 1.3.2 L'échelle du système de peuplement

A l'échelle mésoscopique nous avons considéré chacune des grandes agglomérations sous un aspect individuel qui se traduit par les valeurs des mesures d'attractivité  $u_i$  et d'accessibilité  $f_{ij}$  propres à chaque ville.

Nous allons maintenant étudier le système des villes sous un aspect beaucoup plus global tel qu'il apparaît dans une approche classique de la géographie urbaine, la distribution rang-taille. D'un point de vue synergétique, cette approche, qui a suscité maintes tentatives de formalisation [Pum82], paraît particulièrement intéressante puisqu'on y considère *l'organisation interne* du système des villes. En particulier les analyses empiriques mettent en évidence qu'il s'agit non seulement d'une échelle purement descriptive, mais qu'elle représente une véritable échelle fonctionnelle.

*On peut donc se demander si les concepts thermodynamiques et synergétiques peuvent servir à évaluer dans quelle mesure on observe dans le système des villes l'émergence ou la disparition de phénomènes d'ordre comparables aux phases thermodynamiques.*

Une telle analyse a nécessité certaines réflexions préliminaires. En thermodynamique, l'échelle macroscopique est complètement formalisée à partir d'un certain nombre de variables (pression, énergie, etc.). Or pour le système de peuplement, il n'existe pas de modèle général qui intègre tous les phénomènes observés à cette échelle tels que des aspects démographiques et économiques. Ainsi nous avons été obligé de déduire des mesures adaptées à la description de la dynamique des villes à ce niveau d'agrégation. Afin de réaliser ce projet nous avons recouru à différentes méthodes de formalisation issues de la thermodynamique et de la synergétique. En particulier l'introduction d'une mesure entropique ainsi que l'application du concept des paramètres d'ordre se sont avérées utiles dans ce contexte.

Les analyses empiriques nous ont amené à élaborer un modèle qui simule

l'évolution de certains paramètres d'ordre dans le système des villes.

Enfin, nous avons pu établir un lien formel entre l'échelle mésoscopique et l'échelle macroscopique, ce qui nous a servi à mieux comprendre le mode de description propre à deux échelles d'agrégation différentes. En effet à l'échelle des migrations, on modélise le comportement des agents, tandis qu'à l'échelle des villes ce sont celles-ci qui deviennent les agents. Ainsi on peut étudier le passage graduel entre ces deux points de vue et les hypothèses nécessaires exigées par cette démarche.

### 1.3.2.1 Les paramètres considérés

Un système de peuplement est, d'une façon élémentaire, caractérisé par les nombres d'habitants de ces villes, donc par la configuration

$$\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3, \dots, n_i, \dots, N_L) \quad (1.20)$$

Cependant si nous voulons étudier l'organisation du système des villes nous allons recourir à une représentation particulière des nombres  $n_i$  qui s'est avérée utile dans les analyses des systèmes de villes, la *distribution rang-taille*. Celle-ci est obtenue en classant les villes selon leur population en ordre dégressif. Cette série de nombres classés est parfois désigné aussi comme *vecteur rang-taille*  $\mathbf{R}$  :

$$\mathbf{R} = r_1, r_2, r_3, \dots, r_L \quad \text{avec} \quad r_1 > r_2 > r_3 \dots \quad (1.21)$$

Souvent on représente au moyen d'un graphique la population des villes en fonction du rang de celles-ci.

*Nous allons désigner ce niveau de d'agrégation de l'information comme l'échelle macroscopique de description. Il ne s'agit donc pas d'une échelle spatiale, mais d'une échelle fonctionnelle au niveau de laquelle on étudie un certain phénomène d'organisation.*

*Une telle approche reflète un point de vue très synthétique : en considérant uniquement les rangs des villes, on élimine toute information sur leur identité : supposons qu'une ville croisse au détriment d'une autre et qu'elles interchangent ainsi leur position dans le vecteur rang-taille, bien que le système ait donc subi un changement, le vecteur rang-taille n'a pas changé.*

Rappelons qu'en thermodynamique nous avons discuté de l'équivalence de configurations microscopiques par rapport à un état macroscopique du système : dans un système de villes, il existe beaucoup de configurations équivalentes qui se manifestent par le même vecteur rang-taille. *Comme celui-ci ne*



*tient pas compte des changements de rangs, on peut imaginer que ce vecteur est plus stable qu'une description qui tient compte de l'interchangeabilité des villes.* Nous avons testé cette stabilité en utilisant le coefficient de corrélation des rangs de Spearman (cf. plus loin).

Un des phénomènes les plus importants qui se manifeste au niveau du système de peuplement est la régularité considérable de la distribution rang-taille des villes dans les pays développés. Elle traduit une organisation hiérarchique prononcée qui a été formalisée surtout sous la forme d'une loi parétienne ou log-normale et de plusieurs approches similaires [Pum82].

Dans nos travaux nous avons particulièrement recouru à la *distribution parétienne*. En classant les villes selon leur population en ordre décroissant, cette distribution suppose une relation entre la population  $n_{(i)}$  et son rang  $i$  :

$$r_i = r_1 \cdot i^{\alpha_P} \quad \alpha < 0 \quad (1.22)$$

où  $r_1$  est la population de la plus grande ville et  $\alpha_P$  l'exposant de Pareto.

L'exposant de Pareto décrit la hiérarchie dans le système : une faible hiérarchisation se traduit par une valeur basse, et, en revanche, une valeur élevée montre une forte disparité de taille entre les villes. Le paramètre perd son sens dans un système qui ne suit pas ce type d'organisation hiérarchique.

*D'un point de vue synergétique, ce paramètre caractérise donc un certain état d'ordre de l'ensemble des villes : il serait impossible de définir un tel exposant pour une seule ville. Ainsi l'exposant  $\alpha_P$  joue non seulement le rôle d'une variable macroscopique, mais il doit être considéré aussi comme "paramètre d'ordre" du système de peuplement et on pourrait parler d'une "phase parétienne" d'un tel système de ville.*

Afin d'analyser ce phénomène d'ordre, nous avons donc étudié la dynamique de ce paramètre, d'une part sous un aspect empirique, d'autre part sous un aspect théorique :

- lors de l'analyse empirique, nous avons, en outre, introduit une *mesure entropique* qui nous a permis d'observer dans quelle mesure le système urbain tend vers une plus grande hiérarchisation ou, au contraire, s'il s'approche plutôt d'une distribution plus homogène des populations urbaines. Ces analyses ont été complétées par l'utilisation de plusieurs mesures statistiques traditionnelles.
- la réflexion théorique a permis de modéliser la hiérarchisation d'un système de villes en utilisant une approche probabiliste. Elle s'inscrit

dans la logique utilisée pour formaliser ensuite l'articulation entre échelle mésoscopique et échelle macroscopique.

### 1.3.2.2 L'analyse empirique du système des villes

Comme nous avons disposé des données sur la population des agglomérations françaises pour la période entre 1831 et 1982, nous avons pu estimer l'exposant de Pareto selon un calcul de régression. La fig. 1.3 montre l'évolution de ce paramètre.

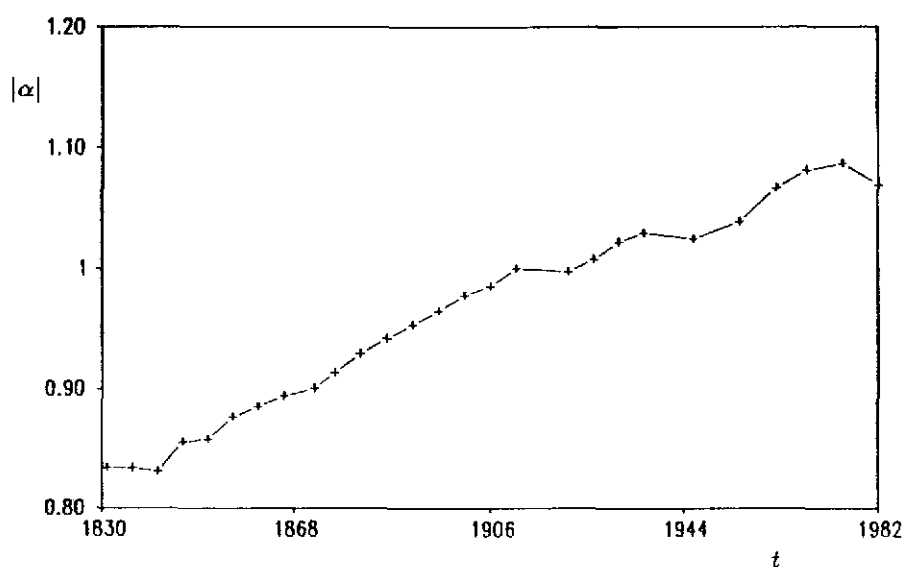


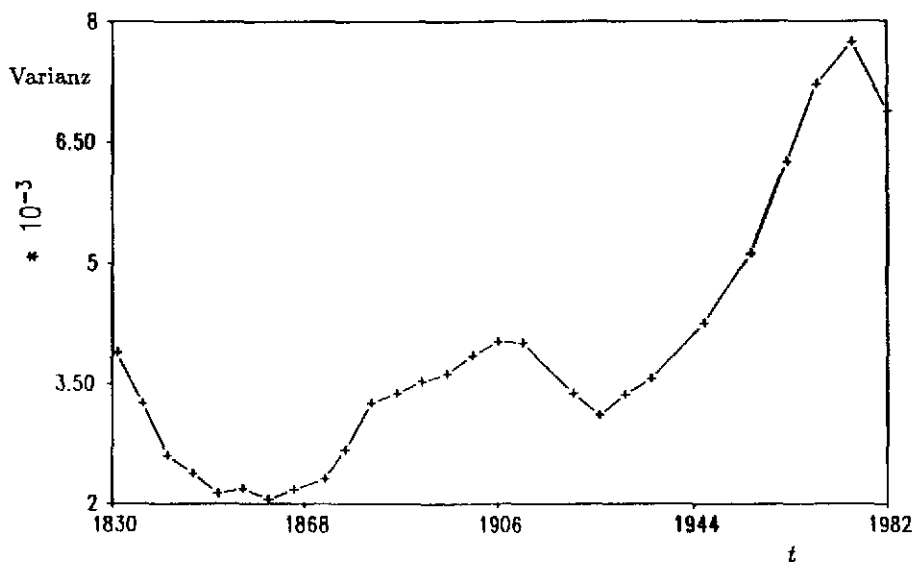
Fig. 1.3 Evolution de l'exposant de Pareto dans la période de 1831 à 1982<sup>20</sup>

Cette évolution montre son augmentation presque constante jusqu'à la période entre les deux guerres mondiales et un recul à une période récente. Il paraît donc que le système est soumis à une hiérarchisation progressive pendant la période avant 1914 et que celle-ci est perturbée entre les deux guerres et par les guerres mêmes. Une analyse de la toute dernière période semble prématurée avant d'avoir observé la suite de l'évolution<sup>21</sup>.

Afin d'étudier la stabilité de la distribution parétienne nous avons déterminé la variance des résidus lors de l'estimation de l'exposant  $\alpha_P$  (fig. 1.4).

<sup>20</sup>Afin de disposer d'un échantillon comparable nous avons toujours considéré un nombre constant de villes, celui de 1831.

<sup>21</sup>A notre connaissance l'exposant a de nouveau augmenté, si l'on tient compte du recensement de 1990.



**Fig. 1.4** Evolution de la variance des résidus de la distribution de Pareto dans la période de 1831 à 1982.

On observe pour les premières années une baisse, donc le système semble de plus en plus suivre une loi parétienne. Avant la première guerre mondiale la variation augmente. En revanche entre les deux guerres le système semble de nouveau se stabiliser avant que l'on observe à partir de 1936 une augmentation continue. Ceci semble indiquer que la loi parétienne n'est plus autant valable après cette date.

Une déstabilisation du système pourrait aussi apparaître en étudiant la *corrélation des rangs* : si beaucoup de villes changent de rang en même temps, ceci indique une restructuration du système des villes. Pour étudier ce phénomène, nous avons utilisé le coefficient de Spearman  $C^{sp}$  qui mesure la corrélation des rangs entre deux séries de données :

$$C^{sp} = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^L (r_i - r'_i)^2}{(L-1)L(L+1)} \quad (1.23)$$

Nous avons ainsi analysé pour chaque période intercensitaire la corrélation par rapport au recensement précédent (fig. 1.5). Si l'ordre des rangs ne change pas  $C^{sp}$  est égal à un; pour une inversion complète des rangs, le coefficient serait  $-1$ . On observe une légère fluctuation jusqu'en 1911 et

l'on constate jusqu'en 1921 une baisse qui reste, cependant limitée à cette période. Une comparaison avec la fig. 1.4 montre qu'il s'agit de la période pendant laquelle la variation des résidus baisse : suite à une réorganisation du système entre 1911 et 1921, la loi parétienne semble mieux satisfaite. Après la deuxième guerre mondiale, la corrélation diminue. Ainsi le système est soumis à des processus de réorganisation mais, en même temps, l'analyse des résidus montre que la loi parétienne est de moins en moins validée.

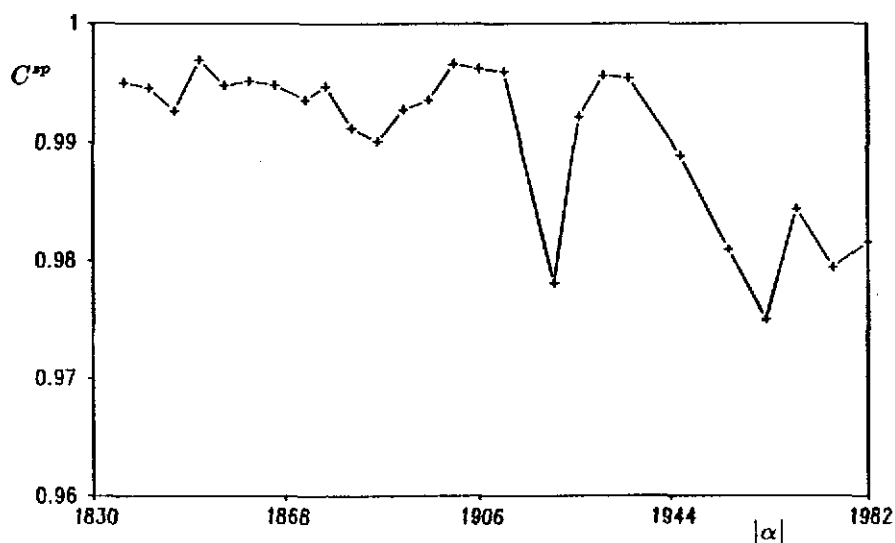


Fig. 1.5 L'évolution du coefficient de Spearman dans la distribution rang-taille des ville entre 1831 et 1982.

L'organisation du système de villes paraît donc changer après la deuxième guerre mondiale. Nous avons pu confirmer cette observation en utilisant une approche complémentaire, basée sur la *notion d'entropie* qui nous a permis d'étudier d'une façon plus approfondie les phénomènes d'ordre dans le système de villes.

Nous avons utilisé une définition de l'entropie directement basée sur la logique du vecteur rang-taille. Conformément à la définition utilisée en thermodynamique statistique, nous avons déterminé le nombre de configurations  $n$  qui par rapport au vecteur rang-taille sont équivalentes au moyen d'une analyse combinatoire. Ainsi nous avons quantifié *la perte d'information* qu'on observe lors du passage d'une description basée sur le vecteur  $n$ , qui distingue encore les différentes villes, à un niveau d'agrégation où l'on ne considère que

leur rang <sup>22</sup>. Suivant la logique thermodynamique, une telle mesure permet d'analyser si un système s'approche d'un état d'homogénéité où toutes les villes auraient la même taille ou si, au contraire, il s'éloigne d'un tel état. En thermodynamique on montre que l'homogénéité correspond à la valeur maximale d'entropie qu'on puisse observer dans un système. *Une hiérarchisation du système des villes se manifeste ainsi par une diminution de l'entropie, puisque la disparité entre la taille des villes s'accroît.*

En comparant les valeurs d'entropie pour des dates consécutives, on obtient ainsi une information supplémentaire sur l'organisation du système des villes.

Comme la population totale du système des villes augmente considérablement pendant la période étudiée, l'entropie est dominée par cet effet. Nous avons donc divisé l'entropie à chaque date par l'effectif de la population totale. On obtient ainsi une *entropie par personne*. Une telle mesure est souvent utilisée dans des cas comparables en physique (par exemple si le nombre de particules change suite à des réactions chimiques dans le système) <sup>23</sup> :

$$s(\mathbf{R}) \equiv - \sum_{(i)} x_{(i)} \ln x_{(i)} \quad (1.24)$$

où les  $x_{(i)}$  est la part de population urbaine résidant dans la ville de rang  $(i)$ .

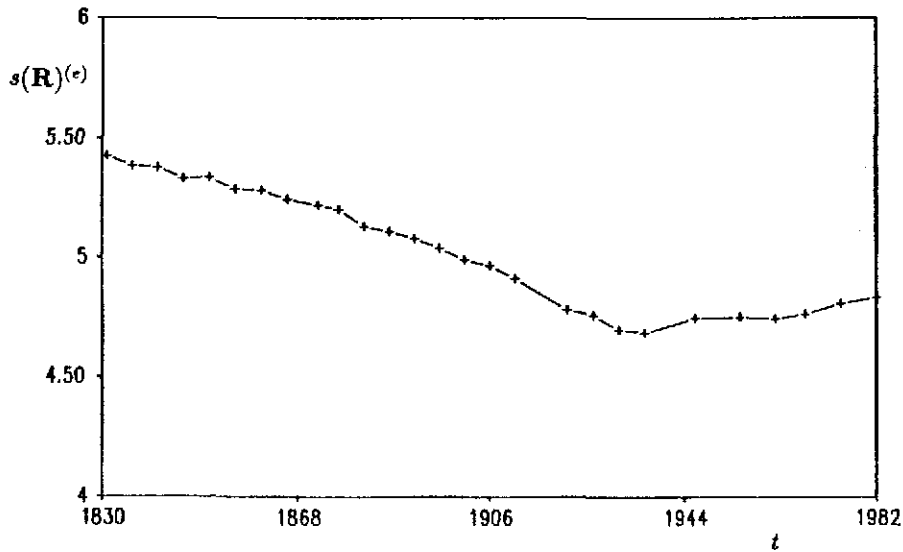
Cette entropie par personne s'est avérée un indicateur utile pour étudier les transformations dans le système des villes françaises (fig. 1.6).

On observe une baisse continue de l'entropie avant 1936. Ceci indique donc une hiérarchisation dans le système de villes pendant la première période. La variance diminue également au début de cette période, le système s'approche donc de plus en plus d'une distribution parétienne. Par la suite la variance augmente, on s'écarte donc d'une distribution parétienne, mais l'entropie diminue encore. Ceci peut s'expliquer par une forte croissance des grandes villes : le système devient plus hiérarchisé, mais la taille des grandes villes est plus importante que le suppose une distribution parétienne. À partir de 1936 un changement assez fondamental se manifeste : l'entropie et la variance augmentent. Des études réalisées en commun avec F. Guérin [Fra] ont permis d'expliquer ce phénomène. On observe pendant cette deuxième période une croissance plus accentuée des villes moyennes. À l'inverse de la situation an-

---

<sup>22</sup>Nous n'avons donc introduit aucune hypothèse supplémentaire comme l'ont fait d'autres auteurs [Cur64] [Cha70] [Web64] dont l'objectif était la déduction d'un principe de maximisation d'entropie sous contraintes.

<sup>23</sup>Formellement cette définition est équivalente à celle de l'entropie de l'information qui a été utilisé par Chapman [Cha70]



**Fig. 1.6** Evolution de l'entropie par personne dans le système des villes françaises entre la période de 1831 à 1982.

térieure ceci se traduit par une distribution plus homogène ; la hiérarchisation est interrompue <sup>24</sup>.

Afin d'étudier ce phénomène nous avons calculé la relation entre l'exposant  $\alpha_P$  et l'entropie par personne dans un système hypothétique de villes qui suit rigoureusement une distribution de Pareto (fig. 1.7). Plus les valeurs de  $\alpha_P$  augmentent, donc plus le système est hiérarchisé, au contraire, l'entropie baisse. La fig. 1.7 montre la même relation pour le système des villes françaises. Les points sont reliés selon leur ordre temporel. On observe au début une évolution assez semblable au système théorique, mais à partir de la deuxième guerre mondiale, la courbe devient irrégulière ; la loi parétienne s'applique donc de moins en moins.

Nous concluons que pendant une première période le système des villes françaises montre une tendance à une hiérarchisation qui présente de plus en plus les caractères d'une distribution parétienne. D'un point de vue synergétique l'ordre du système peut alors être caractérisé par plusieurs paramètres d'ordre et on pourrait dire que le système se trouve dans une

<sup>24</sup>Dans l'organisation du système urbain ceci se manifeste par un changement des rangs des villes comme le montre la baisse du coefficient de Spearman.

"phase parétienne". Il s'agit d'un phénomène qui s'insère donc parfaitement dans l'approche synergétique :

on observe l'émergence d'une macrostructure loin de l'équilibre.

Au cours d'une période plus récente cette tendance tend à s'inverser, l'ordre parétien s'atténue.

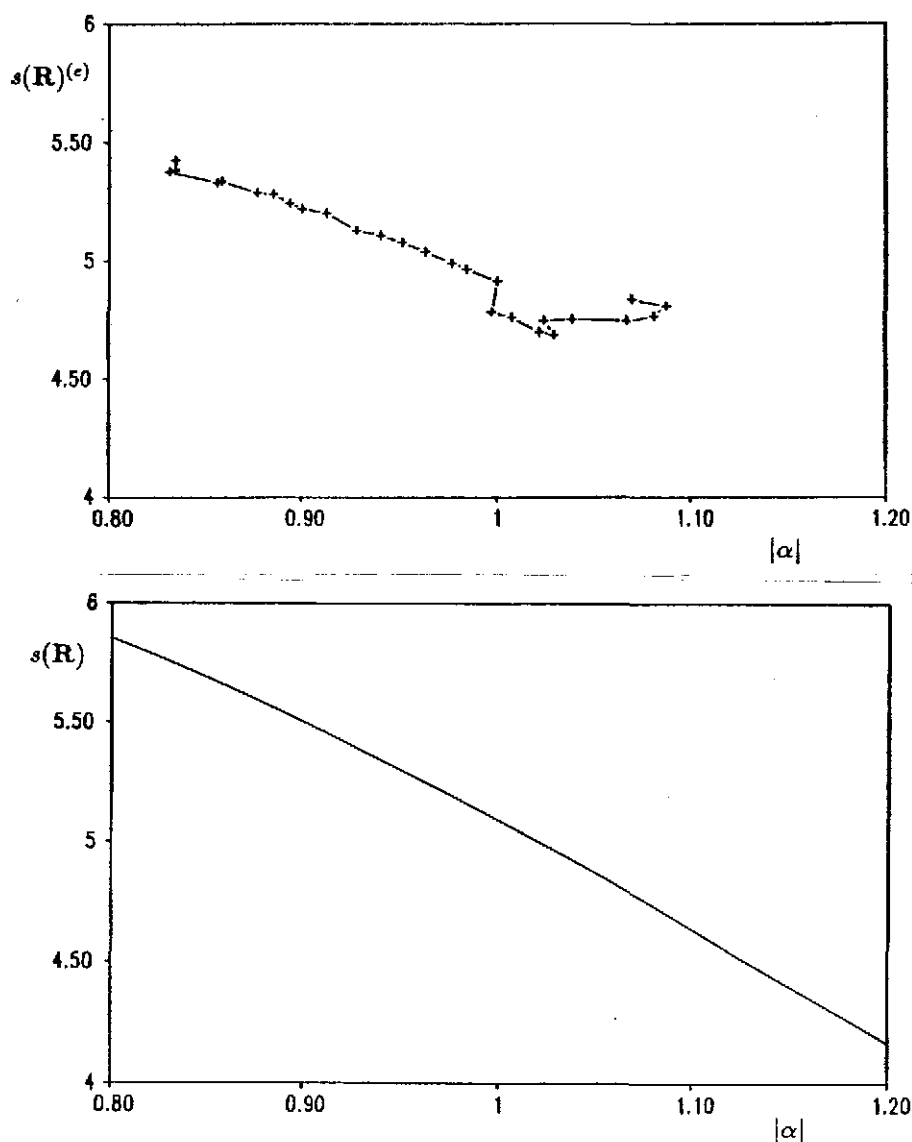


Fig. 1.7 La relation entre l'exposant de Pareto  $\alpha_P$  et l'entropie par personne, en haut pour le système des villes françaises, en bas pour un système hypothétique (cf. texte).

### 1.3.2.3 L'introduction de classes de taille

Pour étudier la distribution rang-taille des villes sous un aspect plus théorique, nous avons dû choisir un mode de formalisation qui se prête, d'une part à une modélisation commode de la dynamique d'un système de villes et qui permet, d'autre part, d'établir le lien avec l'échelle mésoscopique des migrations.

Cet objectif a été réalisé en introduisant des *classes de taille* de population. Chacune de ces classes regroupe toutes les villes dont la population se situe dans une certaine fourchette : une certaine classe  $K$  est ainsi définie par deux limites  $m_K$  et  $m_{K+1}$ . Il s'est avéré utile d'introduire ces limites selon une *logique multiplicative* selon la relation :

$$m_K = m \cdot m_{K-1} \quad K = 1, 2, \dots \quad (1.25)$$

On trouve alors la relation suivante entre les populations moyennes des villes appartenant aux classes  $K$  et  $K + 1$ :

$$\begin{aligned} \bar{m}_{K+1} &= m \cdot \bar{m}_K \\ m &= \frac{\bar{m}_{K+1}}{\bar{m}_K} \end{aligned} \quad (1.26)$$

Cette définition de classes est parfaitement adaptée à la logique de la distribution parétienne : dans un système, qui suit rigoureusement une telle loi, nous avons pu montrer que le nombre de villes  $M_K$  qui se trouve dans une certaine classe  $K$  suit alors une relation similaire:

$$M_K = M_{K-1} \cdot r \quad (1.27)$$

Le paramètre  $r$  décrit le rapport entre le nombre de ville de classe  $K$  et de classe  $K - 1$ . Comme ce facteur est constant dans le cas d'une distribution parétienne, il est possible de déduire une relation simple entre les trois paramètres  $\alpha_P$ ,  $m$  et  $r$  :

$$\alpha_P = \frac{\log m}{\log r} \quad (1.28)$$

L'introduction de classes de taille est aussi intéressante sous un autre aspect. Dans la théorie des lieux centraux, Christaller introduit des échelles fonctionnelles selon les fonctions assurées par les villes. Même si Christaller se montre réservé (à juste titre) pour attribuer une population moyenne à chacune de ces échelles, il en donne néanmoins des exemples dans un de ses tableaux. On peut donc vérifier dans quelle mesure la définition des classes de taille telle que nous l'avons proposée est en concordance avec le réseau



christallérien. On constate en effet que, dans la logique de ce réseau, le nombre  $M_K$  de villes dans les classes  $K$  suit une loi multiplicative qui correspond à la relation (1.27). Pour les populations, le rapport  $\frac{\overline{m_{K+1}}}{\overline{m_K}}$  n'est pas constant, il varie par contre entre *deux* et *trois*. Pour les plus grandes il s'approche plutôt de trois, pour les villes moyenne et petites de deux <sup>25</sup>. Néanmoins, on observe une certaine concordance entre notre définition des classes de taille et la théorie des lieux centraux. Ainsi, l'introduction des classes de taille, permet de donner une *interprétation fonctionnelle à l'échelle macroscopique* telle que nous l'avons définie. Elle constitue aussi un cadre formel plus souple pour la description de distributions même si celles-ci ne sont pas conformes à la loi parétienne. Dans ce cas, l'état macroscopique peut être décrit par le *vecteur d'occupation des classes de tailles* :

$$\mathbf{M} = (M_1, M_2, M_3, \dots, M_K, \dots) \quad (1.29)$$

#### 1.3.2.4 Une description stochastique de la hiérarchisation du système des villes

Les analyses empiriques ont montré que la distribution rang-taille des villes françaises suit assez bien une loi de Pareto, au moins pendant une première période. Nous avons constaté que pendant cette période l'exposant  $\alpha_P$  augmente : *cette hiérarchisation est en concordance avec la baisse de l'entropie*. Nous avons donc cherché à élaborer un modèle d'un système de villes dont la distribution rang-taille suit pendant une longue période une loi parétienne, mais pendant laquelle l'exposant de Pareto augmente.

Ce modèle a été publié à plusieurs occasions sous des versions différentes [Fra89], [Fra90], [Fra91d]. Nous nous bornons à résumer les principaux aspects de ce modèle.

Afin de décrire le comportement du système des villes nous avons choisi une approche stochastique. Nous considérons un ensemble constitué de  $L$  villes et nous supposons que celles-ci sont distribuées selon une loi parétienne. Comme cadre formel nous utilisons les classes de taille, introduites auparavant, et nous supposons que le découpage des classes, donc les valeurs-limites  $m_K$ , restent les mêmes au cours du temps. Ainsi l'état actuel du système est décrit par la configuration macroscopique  $\mathbf{M} = (M_1, M_2, M_3, \dots, M_K \dots)$ , telle que nous l'avons introduite. Il est possible que des villes changent de classe de taille : en conséquence la configuration change au cours du temps.

<sup>25</sup>Ceci correspond à la situation du début du siècle.

Définissons maintenant une certaine probabilité de trouver une configuration  $\mathbf{M}$  à un temps  $t$ . Le choix d'une formalisation probabiliste exprime le fait qu'à ce niveau d'agrégation nous ne disposons que d'une connaissance très réduite sur les villes, dont nous considérons uniquement l'appartenance à une certaine classe de taille. Pour décrire la dynamique du système nous introduisons un taux de transition d'une ville appartenant à une certaine classe de taille  $K$  pour passer à une autre classe  $K'$ . Il est ainsi supposé que ce passage à une autre classe ne dépend pas directement de la configuration actuelle du système de peuplement, par exemple du nombre de villes occupant la classe considérée. Les transitions sont ainsi indépendantes l'une de l'autre et chaque ville est considérée comme une unité indépendante. On choisit l'intervalle entre  $m_K$  et  $m_{K+1}$  suffisamment grand, pour qu'il soit improbable qu'une ville saute la classe voisine à celle qu'elle occupait : ainsi uniquement des passages aux classes avoisinantes sont considérés. Ceci permet de formuler une équation maîtresse pour les probabilités qui prend pour chaque classe  $K$  la forme simple:

$$\dot{p}_K = w_{K-1\uparrow} p_{K-1} + w_{K+1\downarrow} p_{K+1} - (w_{K\downarrow} + w_{K\uparrow}) p_K \quad K = 1, 2, 3, \dots \quad (1.30)$$

et pour le groupe de plus petites villes (classe zéro) :

$$\dot{p}_0 = w_{1\downarrow} p_1 - w_{0\uparrow} p_0 \quad (1.31)$$

Nous avons cherché à trouver la forme précise des taux de transition qui assure que la loi parétienne de la distribution soit conservée et que seul l'exposant  $\alpha_P$  puisse changer.

Selon la formule (1.27) les nombres  $M_K$  sont tous reliés par le facteur  $r$ . Celui-ci est ainsi le seul paramètre qui puisse varier au cours du temps. Il représente donc également un paramètre d'ordre du système car il caractérise de façon générale l'ordre interne de celui-ci. Comme le paramètre  $m$  est constant,  $r = r(t)$  détermine directement la valeur de l'exposant parétien  $\alpha_P(t)$  selon la formule (1.28). Le système d'équations (1.30) se réduit alors à une seule équation différentielle pour  $r(t)$  (cf. [Fra91b], [Fra90]) :

$$\dot{r} \stackrel{!}{=} (w_{K+1\downarrow} - w_{K\downarrow}) r^2 - (w_{K\uparrow} - w_{K-1\uparrow} + w_{K\downarrow} - w_{K-1\downarrow}) r + w_{K-1\uparrow} - w_{K-2\downarrow} \quad (1.32)$$

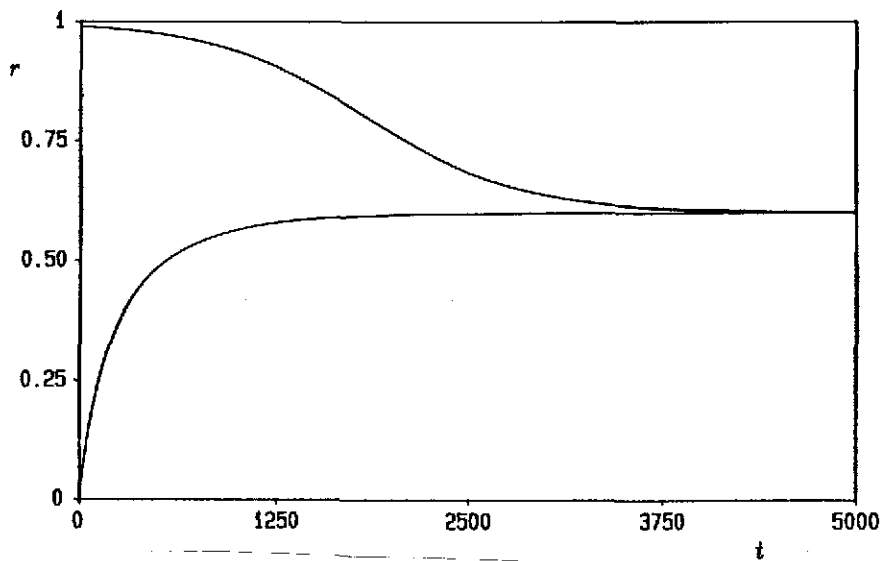
Nous avons pu montrer qu'il n'existe qu'une seule forme de taux de transition qui remplisse la condition requise <sup>26</sup> :

$$w_{K\downarrow} = \lambda \cdot (K + 1) \quad (1.33)$$

<sup>26</sup>Cette forme de taux de transition correspond au processus de Kendall, seulement celui-ci est défini entre des états qui ne suivent pas la logique multiplicative utilisée. Ainsi la distribution obtenue est différente [Goe74]

$$w_{K1} = \mu \cdot K \quad K = 0, 1, 2, \dots \quad (1.34)$$

où  $\lambda$  et  $\mu$  sont des constantes. En introduisant cette relation dans (1.32) on obtient l'équation différentielle définitive. Comme celle-ci est *formellement* équivalente à l'équation logistique, il est possible de la résoudre. La fig. 1.8 montre le résultat d'une simulation.



**Fig. 1.8** La simulation de l'évolution du paramètre d'ordre  $r(t)$ . Il existe deux branches qui s'approchent de la solution stationnaire (cf. texte).

On observe que les trajectoires tendent vers une solution stationnaire qui dépend, elle, des paramètres  $\lambda$  et  $\mu$  des taux de transition. Si au début de l'évolution le degré de hiérarchisation est faible ce qui s'exprime par une valeur basse du paramètre  $r$ , le système tend vers une plus forte hiérarchisation jusqu'à ce que la valeur stationnaire soit atteinte.

En revanche, si degré de hiérarchisation est, au début, supérieur à celui de la solution stationnaire, on observe que le paramètre  $r$  diminue jusqu'à ce que la solution stationnaire soit atteinte <sup>27</sup>

En recourant à des données empiriques, nous avons pu estimer le paramètre qui détermine le temps dont le système a besoin pour approcher suffisamment

<sup>27</sup>Nous avons aussi testé la stabilité de cette trajectoire en développant une *théorie de perturbation*. Ces analyses ont montré que la trajectoire du système montre une stabilité asymptotique : suite à une perturbation il est possible que le système s'écarte pendant un certain temps du comportement parétien et qu'il ne s'approche que plus tard de la trajectoire d'un système parétien. En tout cas la solution stationnaire reste stable.

la valeur stationnaire <sup>28</sup>. En effet, dans le système des villes françaises il faudrait 1500 ans pour s'approcher suffisamment de la valeur stationnaire. Le processus d'ajustement serait donc très lent et il est évident que les taux de transition changeraient bien avant que l'état stationnaire soit atteint suite à des changements socio-économiques importants.

*Nous sommes ainsi parvenu à modéliser la dynamique du paramètre d'ordre  $r(t)$  ou, respectivement,  $\alpha_P$ .*

### 1.3.3 De l'échelle mésoscopique à l'échelle macroscopique

Le niveau d'information considéré à l'échelle mésoscopique est résumé par le vecteur d'état  $\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3, \dots)$ , constitué des nombres d'habitants  $n_i$ . A l'échelle macroscopique nous avons vu qu'une description de l'organisation interne du système des villes peut facilement être réalisée en utilisant des classes de taille. Dans ce cas l'état du système est caractérisé par un autre vecteur d'état qui regroupe les nombres de villes par classe de taille:  $\mathbf{M} = (M_1, M_2, M_3, \dots)$ . Nous avons donc essayé de trouver un moyen d'établir un lien formel entre ces deux échelles de description.

Conformément à l'approche synergétique nous nous intéressons à la *dynamique* propre à ces deux niveaux de description. Pour chacun de ces niveaux nous disposons d'équations dynamiques :

- à l'échelle mésoscopique : l'équation maîtresse des migrations ;
- à l'échelle macroscopique : l'équation maîtresse des classes de taille qui nous a servi à déduire le processus stochastique générant une distribution parétienne.

L'objectif est donc de déduire à *partir de l'équation mésoscopique celle de l'échelle macroscopique des classes de taille.*

Contrairement à la démarche utilisée par Weidlich-Haag qui considèrent dès le début l'échelle mésoscopique et la lient indirectement à l'échelle microscopique des agents ("top-down"), nous suivons ici la méthode habituellement appliquée en thermodynamique <sup>29</sup>.

<sup>28</sup>En physique on désigne ce temps comme *temps de relaxation*.

<sup>29</sup>En fait ce passage ressemble à celui d'une *configuration du nombre de particules* (villes) à une *configuration du nombre d'occupation d'états* (classes de taille).

Une articulation correcte entre ces échelles exige la déduction d'une équation dynamique macroscopique *uniquement* constituée de variables propres à cette échelle de même que c'est réalisé en thermodynamique. Il s'agit donc d'établir un lien correct entre les variables de ces deux échelles. On imagine qu'une partie de cette démarche consiste, comme en thermodynamique, à déterminer le nombre de configurations équivalentes à l'échelle macroscopique, mais il s'avère aussi nécessaire d'introduire certaines approximations. *Dans un contexte géographique l'analyse de ces approximations représente l'intérêt principal, puisqu'il permet de se rendre compte quelle est l'information qu'on perd en passant à une échelle agrégée et d'évaluer dans quelle mesure ces hypothèses sont justifiables ou non.*

La formalisation de ce passage a été réalisée en plusieurs étapes. A chacune de ces étapes on établit une équation maîtresse. Ceci nécessite donc une définition appropriée des probabilités et des taux de transition. Nous ne donnons ici qu'un aperçu sur les aspects méthodologiques de cette démarche : en particulier nous considérons les probabilités correspondantes à chacune des étapes.

### 1.3.3.1 Les villes dans les classes de taille

Le premier but est de passer à une description où on ne considère plus le nombre exact des habitants mais l'appartenance de chaque ville  $i$  à la classe de taille  $K^{(i)}$  à laquelle son nombre d'habitant lui permet d'appartenir. On remplace ainsi la configuration  $\mathbf{n}$  par une configuration  $\mathbf{K}$  des classes de taille:

$$\begin{aligned} \mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3, \dots) &\rightarrow \mathbf{K} = (K^{(1)}, K^{(2)}, K^{(3)}, \dots) \\ P(\mathbf{n}) &\rightarrow P(\mathbf{K}) \end{aligned} \quad (1.35)$$

La probabilité correspondante  $P(\mathbf{K})$  est obtenue en additionnant toutes les configurations pour lesquelles les nombres  $n_i$  font partie de la même classe de taille, donc  $n_i \in K^{(i)}$ , puisqu'on ne distingue plus les nombres exacts. Nous désignons l'ensemble de ces configurations  $\mathbf{n}$  comme *configurations équivalentes*.

Afin d'obtenir une équation qui n'est formulée qu'en termes de  $P(\mathbf{K})$ , on doit remplacer à une certaine étape de la déduction la probabilité  $P(\mathbf{n})$  par une *probabilité commune moyenne*  $\bar{P}(\mathbf{n})$  qui représente la moyenne sur toutes les configurations équivalentes. Ceci nécessite l'hypothèse que la probabilité de trouver la ville  $i$  dans une certaine classe  $K^{(i)}$  ne dépend pas principalement de son nombre d'habitants exact, mais du fait qu'elle appartienne à

cette classe. On suppose donc qu'il existe pour chaque classe une probabilité caractéristique pour l'appartenance à celle-ci. On n'exige donc pas que le nombre d'habitants des villes d'une classe soit concentré autour d'une valeur moyenne ; une telle situation serait irréaliste et ne correspondrait pas à la réalité puisque la distribution rang-taille ne montre pas de seuil particulier pour les nombres d'habitants des villes. Au contraire l'hypothèse présume plutôt une équiprobabilité des différents nombres  $n_i \in K^{(i)}$ .

En revanche les classes de taille deviennent des états du système pour lesquels on distingue un comportement dynamique commun. Ceci s'approche de la notion de "classes fonctionnelles" telle qu'elle apparaît dans la théorie des lieux centraux comme nous l'avons discutée plus haut. En outre, cette interprétation correspond également à la logique du processus stochastique qui génère une distribution parétienne.

La procédure décrite correspond à la démarche démontrée en thermodynamique, si l'on identifie toutes les configurations microscopiques qui appartiennent au même état macroscopique (nous rappelons l'opération d'échanger deux particules).

L'introduction de la probabilité  $\bar{P}(\mathbf{n})$  permet également de déduire des taux de transition correspondants aux configurations  $\mathbf{K}$ . Ils regroupent l'ensemble de tous les processus migratoires qui contribuent au changement de classe d'une ville. Ainsi sont considérées uniquement les villes dont le nombre d'habitants les situe au voisinage d'une limite de classe de taille.

### 1.3.3.2 Les nombres de villes dans les classes de taille

Lors du passage aux probabilités  $P(\mathbf{K})$  on perd l'information sur le nombre exact d'habitants d'une ville. Cependant nous connaissons toujours *quelles* villes appartiennent à une certaine classe de taille. Dans la logique de la description macroscopique on doit également éliminer la connaissance sur l'identité des villes puisque nous nous intéressons *seulement au nombre* de villes  $M_K$  qui appartiennent à une certaine classe  $K$  :

$$\begin{aligned} \mathbf{K} = (K^{(1)}, K^{(2)}, K^{(3)}, \dots) &\rightarrow \mathbf{M} = (M_1, M_2, M_3, \dots) \\ P(\mathbf{K}) &\rightarrow P[\mathbf{M}] \end{aligned} \quad (1.36)$$

Cette opération nécessite également une hypothèse supplémentaire qui s'inscrit cependant dans la même logique. Supposons que dans une configuration  $\mathbf{K}$  une ville  $i$  appartienne à une certaine classe  $K^{(i)} = K$  et qu'une autre ville  $j$  à une classe  $K^{(j)} = K'$ . Nous faisons maintenant l'hypothèse qu'en

interchangeant l'appartenance de ces deux villes aux classes de taille  $K$  et  $K'$ , la probabilité de cette nouvelle configuration soit (approximativement) la même que pour la configuration  $\mathbf{K}$  :

$$\begin{aligned} & P(\mathbf{K} = K^{(1)}, K^{(2)}, \dots, K^{(i)} = K, \dots K^{(j)} = K', \dots) \\ = & P(\mathbf{K}' = K^{(1)}, K^{(2)}, \dots, K^{(i)} = K', \dots K^{(j)} = K, \dots) \quad (1.37) \end{aligned}$$

En effet par cette seule permutation les nombres totaux  $M_K$  et  $M_{K'}$  de villes appartenant aux classes  $K$  et  $K'$  n'ont pas changé.

Ceci nous amène à comprendre l'hypothèse sous-jacente qu'implique l'analyse de la dynamique d'un système de villes à partir de l'introduction des classes de taille. L'équivalence de ces configurations présume que la probabilité de trouver une certaine configuration  $\mathbf{M}$  ne dépend pas de l'appartenance d'une ville particulière à une classe de taille, mais qu'elle est uniquement déterminée par le nombre de villes présentes dans chaque classe. Ceci reflète une vue très synthétique du système des villes : on suppose implicitement que les villes d'une certaine taille montrent un comportement similaire ce qui relativise l'importance de leur "identité". Ainsi tous les attributs spatiaux (localisation des villes) sont éliminés. Une telle interprétation semble justifiable à condition que l'on considère le système des villes, comme nous l'avons déjà fait plus haut, *uniquement sous un aspect fonctionnel*, conformément à la logique de la théorie des lieux centraux. Dans ce cas, on suppose que toutes les villes d'une certaine taille assument les mêmes fonctions et que leur comportement est comparable.

Pour réaliser le passage à une équation maîtresse des probabilités configurationnelles  $P[\mathbf{M}]$  on doit donc identifier toutes les configurations  $\mathbf{K}$  équivalentes, ce qui est réalisé par une analyse combinatoire. En outre les réflexions discutées sont utilisées pour déduire des taux de transition qui ne décrivent que le passage d'une ville d'une classe de taille à une autre classe. L'équation maîtresse finalement obtenue montre la même forme que celle des mouvements migratoires :

$$\begin{aligned} \dot{P}[\mathbf{M}] = & \sum_J \left\{ w_{\downarrow}[M_J - 1, M_{J+1} + 1] \cdot (M_{J+1} + 1) \cdot P[M_J - 1, M_{J+1} + 1] \right. \\ & + w_{\uparrow}[M_{J-1} + 1, M_J - 1] \cdot (M_{J-1} + 1) \cdot P[M_{J-1} + 1, M_J - 1] \\ & \left. - (w_{\downarrow}[M_{J-1}, M_J] + w_{\uparrow}[M_J, M_{J+1}]) \cdot M_J \cdot P[M_J] \right\} \quad (1.38) \end{aligned}$$

où nous n'avons indiqué pour les configurations  $\mathbf{M}$  que les nombres d'occupation tels que  $M_{J-1}$  qui sont affectés par les transitions. Les taux de transition comme  $w_{\uparrow}[M_{J-1} + 1, M_J - 1]$  décrivent le passage d'une ville de

classe  $J - 1$  en classe  $J$ . Ce taux est multiplié par le nombre  $(M_{J-1} + 1)$  de villes présentes dans la classe.

Nous avons ainsi obtenu un cadre formel pour la description de la dynamique du système des villes en utilisant des classes de taille. Une dernière étape nous servira à établir le lien avec la formalisation que nous avons utilisée lors de la déduction du processus stochastique qui nous a permis de simuler la hiérarchisation parétienne d'un système de villes.

### 1.3.3.3 Le système des villes indépendantes

En considérant la dynamique des  $P[M]$ , on suppose que la transition d'une ville à une classe voisine peut encore dépendre de la configuration actuelle du système, donc de la répartition des villes par rapport aux différentes classes de taille. Ce point de vue semble justifié si l'on suppose que l'occupation de certaines classes de taille est trop faible ou trop grande par rapport au fonctionnement du système des villes, donc s'il existe un certain déséquilibre dans l'organisation du système des villes. Alors on pourrait supposer que la configuration influence la croissance ou la décroissance de certains types de ville. Ceci pourrait être le cas pendant des périodes de restructuration du système de villes, comme nous l'avons discuté pour le système français au cours des périodes plus récentes.

Or si l'on a une dynamique lente, sans perturbation importante, comme nous l'avons supposée lors de la simulation de la hiérarchisation parétienne, il est possible de faire l'hypothèse que les villes appartenant à une certaine classe de taille évoluent de façon similaire, sans que la distribution des villes par classe influence la dynamique. Les taux de transition dépendent alors uniquement des classes de taille dans lesquelles se trouve une ville et il est possible de dissocier le système de villes en unités indépendantes : chaque ville appartenant à une classe de taille  $K$  est maintenant caractérisée par la même probabilité  $p_K$  pour laquelle on obtient une équation maîtresse de la forme (1.30) :

$$\dot{p}_K = w_{K-1\uparrow} p_{K-1} + w_{K+1\downarrow} p_{K+1} - (w_{K\downarrow} + w_{K\uparrow}) p_K \quad K = 1, 2, 3, \dots \quad (1.39)$$

La formalisation recourt également à un calcul basé sur le comptage des configurations équivalentes<sup>30</sup>. Les taux de transition  $w_{K,\uparrow}$  et  $w_{K,\downarrow}$  caractérisent les passages d'une ville aux classes voisines  $K - 1$  et  $K + 1$ .

<sup>30</sup>On s'aperçoit que l'hypothèse discutée correspond à une distribution binomiale au niveau des probabilités  $P[M]$  pour chaque classe de taille  $K$  et que  $p_K$  est la valeur espérée de cette distribution.



Ainsi les liens entre les différentes échelles d'agrégation sont établis. Il est aussi possible de déduire l'équation correspondante des valeurs moyennes qui a cependant, pour le système des villes indépendantes, la même forme que l'équation maîtresse.

## 1.4 Conclusion

*Nous venons de démontrer l'intérêt d'un transfert de certaines approches utilisées en physique pour l'étude d'un système socio-économique. Nous avons en particulier étudié de quelle manière certaines méthodes issues de la thermodynamique et de la synergetique peuvent servir à élaborer une analyse du système des villes à différentes échelles et quelle est la contribution de ces approches pour modéliser l'articulation entre différentes échelles fonctionnelles.*

*Le transfert de méthodes nécessite toujours une adaptation au système considéré ; les modèles qui servent à la description d'un phénomène physique, comme le laser, ne sont pas nécessairement applicables à un système social sans modification. C'est seulement à partir d'une réflexion approfondie sur le domaine d'application, d'une part, et sur la connaissance du contexte original dans lequel les approches ont été élaborées, d'autre part, que la transposition de méthodes paraît possible.*

*En physique, la thermodynamique, dont le point de vue a toujours été proche d'une vision systémique, est certes un domaine qui se prête assez bien à une transposition vers les sciences humaines. Cependant, certains aspects de la thermodynamique paraissent trop rigides. L'articulation entre les échelles ne tient pas vraiment compte des particularités de chaque échelle, la vision est trop réductionniste et l'échec de cette approche lors de la description des phénomènes de transition de phases met en évidence ce déficit.*

*Or le phénomène des phases suscite particulièrement l'attention en sciences humaines puisqu'il traduit l'existence d'un fonctionnement propre à une échelle agrégée [Hie88].*

*La synergetique a comblé certaines de ces lacunes en introduisant une modélisation propre à chaque échelle, tout en continuant à analyser les problèmes d'articulation entre échelles. Ce point de vue se traduit surtout par le concept des paramètres d'ordre qui, lui, formalise le fonctionnement du système à une échelle macroscopique.*

*En outre, contrairement à la thermodynamique classique et à beaucoup de modèles économiques, la synergetique a l'avantage de considérer l'émergence de phénomènes d'ordre dans des systèmes loin de l'équilibre. Dans nos travaux, cette approche s'est avérée utile aussi bien à l'échelle mésoscopique qu'à l'échelle macroscopique. A l'échelle du système des villes, nous avons observé l'émergence d'un "ordre parétien" qui tend à s'affaiblir au cours d'une période plus récente.*

A l'échelle des villes, l'analyse des mouvements migratoires pourrait mettre en évidence les phénomènes de restructuration qui provoquent cette "transition de phase" en estimant les attractivités des villes dans une série temporelle. Cette démarche correspondrait à la vision de la synergétique phénoménologique, qui est basée sur une modélisation "top-down".

En outre, d'un point de vue plus méthodologique, le concept synergétique a permis de formaliser l'articulation entre les échelles mésoscopique et macroscopique selon une démarche "bottom-up". A l'échelle macroscopique, nous avons pu modéliser la hiérarchisation d'un système parétien.

Le transfert de concepts nous a donc servi :

- à approfondir les réflexions méthodologiques sur la thématique en question et à trouver des analogies entre certains phénomènes dans les différentes disciplines ;
- à contribuer à une formalisation de phénomènes observés en recourant à la "boîte à outils" de la thermodynamique et de la synergétique.

De par sa conception, l'approche synergétique introduit des aspects qualitatifs dans la réflexion, en particulier à travers l'autonomie relative attribuée aux différentes échelles et en étudiant l'apparition de phases qui ont un comportement complètement différent : ainsi une des thématiques principales est l'émergence de phénomènes d'ordre à l'échelle macroscopique.

Or de quelle façon un tel ordre se manifeste-t-il? En physique, comme en géographie par l'organisation spatiale des phénomènes observés. Nous rappelons notre exemple du village indigène donné dans l'introduction. Si, à l'échelle mésoscopique, on observe l'apparition d'unités fonctionnelles, comme par exemple le village indigène, il paraît intéressant d'étudier leur organisation spatiale. En effet en transposant le leitmotiv de la synergétique on peut dire :

"Une agglomération est plus que la somme des maisons."

Suivant la logique synergétique, nous avons ainsi posé la question existentielle des paramètres d'ordre qui caractérisent l'organisation spatiale des agglomérations? Cette tâche ne paraît pas évidente, vue la morphologie irrégulière et la complexité des tissus urbains qui ne montrent pas d'ordre apparent. Dans un premier temps nous nous sommes borné à étudier le phénomène le plus élémentaire, la répartition de la surface bâtie.

L'exemple de la flaque d'eau, couverte de glace montre qu'en physique les différentes phases se distinguent également par leur organisation spatiale. On pourrait donc supposer que la physique s'intéresse également à des phénomènes morphologiques. Or cet intérêt s'est longtemps borné à l'étude de formes régulières comme celles de cristaux. D'autres formes, plus complexes ont été considérées comme le résultat de perturbations aléatoires et donc de moindre intérêt (cf. chapitre 2). Cette limitation de la physique traditionnelle à la description d'objets de forme simple explique le manque de mesures morphologiques dans ce domaine.

Cependant, l'ouverture de la physique vers des phénomènes complexes – par exemple en synergétique – a aussi contribué à réfléchir à des méthodes nouvelles qui permettent de trouver des mesures adaptées à la description de formes irrégulières. Ces travaux sont considérés comme une base pour la validation de modèles morphogénétiques qui simulent l'émergence de structures complexes. En effet, seule l'utilisation de telles mesures permet de comparer directement les structures simulées aux structures empiriques sous l'aspect morphologique.

Cette nouvelle orientation de recherche a nécessité maintes réflexions sur l'élaboration de telles mesures morphologiques. De nombreuses disciplines sont d'ailleurs confrontées à ce même type de problèmes, en particulier l'analyse de textures dans le contrôle de qualité ou les problèmes de segmentation en télédétection. En imagerie, ces problèmes sont souvent abordés d'une façon assez technique comme le montre l'implantation de certains filtres dans des logiciels de cartographie automatique.

Poursuivant notre objectif nous nous sommes intéressé à une méthode de mesure permettant d'établir un lien direct avec un modèle spatial, la géométrie fractale. Cette approche représente la transcription géométrique de la distribution parétienne. Rappelons que celle-ci est caractéristique d'un certain type d'organisation hiérarchique. Celle-ci est répétitive : le même type d'organisation apparaît à des échelles de plus en plus petites ou de plus en plus grandes. L'analyse fractale permet ainsi de vérifier des phénomènes hiérarchiques à travers les échelles et de découvrir des ruptures dans une telle organisation. Elle s'est avérée un outil puissant dans beaucoup de domaines en physique où elle a contribué à améliorer les connaissances morphogénétiques et à promouvoir l'élaboration de nouveaux modèles, basés sur les automates cellulaires.

Nos travaux ont porté sur une transposition de l'approche fractale à la description des villes. Nous avons commencé par développer un modèle frac-

tal des tissus urbains. Ensuite des méthodes de mesures fractales ont été adaptées à l'analyse des tissus réels.

L'application de ces méthodes a permis d'approfondir la connaissance de cet outil d'analyse et de montrer que des mesures synthétiques issues de cette approche peuvent être considérées, d'un point de vue synergétique, comme des paramètres d'ordre morphologiques à l'échelle mésoscopique.

Dans notre ouvrage paru en 1994 nous avons aussi essayé de chercher des interprétations socio-économiques pour expliquer l'émergence de cette morphologie à partir du comportement des agents, donc à partir de l'échelle microscopique, démarche qui s'insère encore dans la logique de la synergétique phénoménologique. Cet aspect est repris dans la dernière partie du chapitre 3, où nous présentons un concept de modélisation qui vise à simuler la dynamique des tissus urbains à partir du comportement des acteurs.

La modélisation du comportement des agents, plus proche de l'échelle microscopiques que les modèles de Weidlich-Haag a nécessité des réflexions sur une approche encore plus adaptée à ce type de phénomène. Ainsi nous avons proposé de recourir à de nouvelles méthodes de modélisation, issues des sciences informatiques pour décrire le comportement des agents, telles que la logique floue.

En outre, les méthodes de modélisation traditionnelles ont l'inconvénient de ne pas prendre en compte la dimension spatiale des phénomènes. Ainsi, dans les versions présentées des modèles de Weidlich-Haag l'espace n'apparaît que par l'intermédiaire de termes d'interaction, les  $f_{ij}$ . Nous avons donc prévu d'utiliser une implantation directe de l'espace au moyen d'automates cellulaires comme l'ont proposée différents auteurs [Fra88], [Bat91b], [Bat94b], [Whi91], [Whi94b].

## Chapitre 2

# L'analyse des tissus urbains

### 2.1 Un nouveau modèle servant de référence pour la morphologie urbaine : la géométrie fractale

#### 2.1.1 Introduction

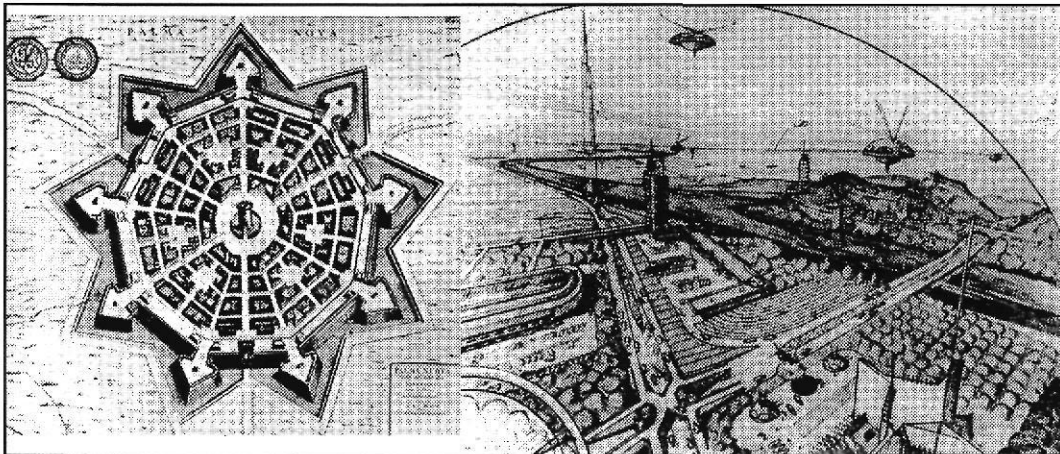
Les tissus urbains sont souvent perçus comme amorphes et fragmentés. Cet aspect a été critiqué, et les visions de l'urbanisme ont semblé pendant longtemps attachées au paradigme<sup>1</sup> de la ville compacte, à un espace parfaitement délimité, vision inspirée par le modèle de la ville fortifiée<sup>2</sup>. Dans la grande majorité des cas la boîte à outils qui a servi à concevoir ces plans est constituée d'éléments de la géométrie euclidienne et la philosophie platonicienne : des réseaux de rues en carroyage ou en étoile, des villes conçues sur un plan circulaire. Les objets platoniciens, comme les cercles ou les polygones sont, eux aussi, lisses, sans aucune irrégularité ; leur surface est donc homogène et "compacte". Les mesures traditionnelles, utilisées dans l'urbanisme, s'inscrivent dans la même perception de l'espace : par sa définition, la densité représente une *valeur moyenne*, mesure qui suppose que les éléments considérés sont répartis de façon *homogène*, et que les déviations sont plutôt marginales et aléatoires.

---

<sup>1</sup>Nous utilisons ici le mot paradigme dans le sens de Kuhn [Rob92a].

<sup>2</sup>Nous rappelons que cette situation ne représentait pas toujours la réalité : la surface bâtie débordait souvent l'espace protégé par l'enceinte, mais ne remplissait pas nécessairement l'espace intra-muros [Fra94b].

Les modèles de référence de l'urbanisme se sont longtemps inspirés de la logique euclidienne. En effet, l'influence de concepts visionnaires qui ont rompu avec les paradigmes traditionnels de l'urbanisme comme les plans de Broadacre City (cf. fig. 2.1) ou ceux proposés par Hilberseimer pour Chicago et Berlin est restée limitée. La géométrie euclidienne est omniprésente, elle constitue de façon générale, la base de toute notre réflexion scientifique. Les courbes obtenues par la transcription géométrique des modèles linéaires, utilisées dans les approches classiques des sciences quantitatives sont des objets simples. Nous citons en exemple les trajectoires qu'on obtient à partir de la loi d'attraction gravitaire et qui se limitent aux sections coniques, cercles, ellipses, hyperboles et paraboles ou la morphologie simple et régulière des cristaux idéaux. Le succès de ces modèles est incontestable et il est certainement étroitement lié à la formalisation réductionniste des sciences physiques qui, tout en se limitant à la description de phénomènes abordables, parvenait néanmoins à expliquer une partie importante des observations empiriques.



**Fig. 2.1** *A gauche un plan compact, le plan idéal de Palma Nuova [Bra91] et à droite une "ville dispersée", Broadacre City [Dup91].*

Par ailleurs, on constate une certaine tendance à classer les phénomènes qui n'entrent pas dans cette logique de description comme *complexes*, comme effets de "second ordre" ou à les percevoir comme perturbations aléatoires. Non seulement il n'existait pas d'outil valable pour développer des modèles explicatifs de ces phénomènes, mais on ne disposait pas non plus de mesures

adaptées à leur description – comme nous l'avons également constaté pour les tissus urbains. Ce manque au niveau conceptuel a condamné ces phénomènes à rester pendant longtemps à l'écart de l'intérêt des chercheurs. *Ceci concerne aussi bien certains phénomènes physiques tels que les comportements chaotiques des trajectoires de corps célestes mais encore plus la biologie ou les sciences humaines où les effets observés se prêtent moins à ces modèles simples.*

Cependant on observe que, surtout en mathématique, on a commencé à développer des concepts qui s'éloignent de la vision géométrique traditionnelle. On a progressé dans la formalisation des interactions non-linéaires et on a commencé à s'intéresser à des phénomènes que nous désignons aujourd'hui comme chaotiques. Mais dans un premier temps ces approches ont souvent été perçues comme curiosités mathématiques – on a même parlé de "monstres" – et on est même loin d'en imaginer l'application pratique.

Il est vrai qu'avant de disposer des possibilités fournies par les ordinateurs il était difficile de rendre opérationnelles ces approches pour la description de phénomènes empiriques. Cependant ce n'est pas uniquement l'apparition d'un nouvel outil qui a déclenché un changement dans la perception scientifique. On observe qu'on s'intéresse plus particulièrement à ces phénomènes classés antérieurement comme marginaux.

L'étude de structures dont la morphologie est perçue comme irrégulière et amorphe par l'approche traditionnelle nécessite de trouver des méthodes de mesure de cette morphologie et pour cela de développer d'autres concepts de formalisation. L'utilisation de telles méthodes de mesure ne permet certes pas d'expliquer les phénomènes morphogénétiques qui ont fait émerger ces structures, néanmoins elles sont indispensables pour décrire celles-ci puisqu'elles fournissent la base empirique nécessaire à l'élaboration de modèles explicatifs. En outre, ces mesures servent à la validation de ces modèles, puisqu'elles permettent de comparer à la réalité observée les résultats obtenus, par exemple par des simulations basées sur les modèles. Nous précisons que la comparaison de structures empiriques et simulées ne suffit pas, à elle seule, pour valider un modèle, mais elle constitue un filtrage préliminaire des résultats obtenus. Nous citons à ce sujet B.Mandelbrot qui précise : "des graphiques sont merveilleux pour adapter des modèles à la réalité. Si un mécanisme aléatoire est, selon une approche analytique, en concordance avec les données, mais qu'il n'y a pas de ressemblances entre les simulations du modèle et la réalité observée, les hypothèses analytiques sont suspectes. Une formule ne peut se référer qu'à un aspect particulier de la relation entre le modèle et la réalité, mais l'œil a une capacité énorme d'intégralité et de jugement"



[Man87].

*Mandelbrot exige donc que la formalisation analytique d'un phénomène spatial aboutisse à une expression spatialisée afin de vérifier la concordance entre théorie et réalité.*

Le fait de s'intéresser à des phénomènes complexes a fait apparaître de nouveaux paradigmes scientifiques, dont la *géométrie fractale* est un exemple. Nicholis résume assez bien son intérêt particulier : "Les objets fractals représentent un nouveau modèle de structures complexes issues cependant, de mécanismes relativement simples" [Nic85]. Cette conception a permis de découvrir, dans une grande variété de domaines scientifiques<sup>3</sup> – et à des échelles très différentes – des principes d'ordre interne, et de les intégrer dans les théories explicatives.

Ces observations nous ramènent à la morphologie complexe des tissus urbains. Selon cette nouvelle perspective, le fait de ne pas trouver une organisation spatiale en recourant à des mesures euclidiennes n'est pas une raison pour nier l'existence d'un autre type d'ordre interne dans ces tissus. En effet, il a été montré par plusieurs auteurs que l'utilisation de mesures fractales permet de découvrir certains principes d'ordre dans l'organisation spatiale des villes, même si leur morphologie paraît complètement irrégulière. Il s'agit en particulier des travaux réalisés par M.Batty and P.Longley [Bat85], [Lon86], [Lon91], [Bat91a], [Bat91b], [Bat92], [Bat94a], R.White [Whi91], [Whi93], P.Frankhauser [Fra88], [Fra91a], [Fra91c], [Fra92b], [Fra92a], [Fra94b], [Fra95a], [Fra95b] et H.Le Bras [Bra93].

Ces investigations se situent le plus souvent à une échelle régionale et métropolitaine. L'analyse présentée ici élargit l'application à d'autres échelles en particulier intra-urbaines. L'objectif principal des investigations est de comprendre l'information obtenue grâce à une formalisation fractale des tissus urbains et de voir dans quelle mesure ces résultats peuvent être utiles dans l'analyse spatiale des villes. L'intérêt de l'approche fractale est son *caractère géométrique* qui permet d'élaborer des mesures qui servent de *descripteurs morphologiques* pour les tissus urbains. On parvient ainsi :

- à distinguer des quartiers selon leur organisation spatiale ;
- à classifier les quartiers en fonction de leur localisation dans l'espace urbain ;

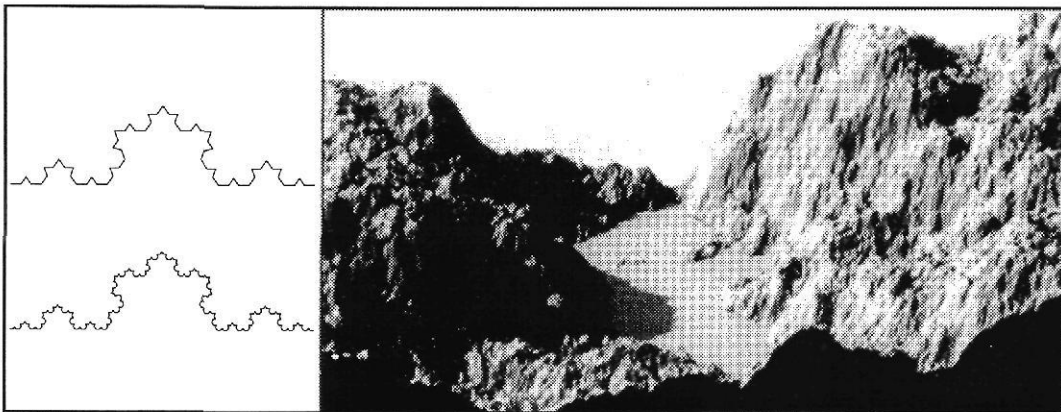
---

<sup>3</sup>Ceci concerne aussi bien l'utilisation de la théorie des tourbillons qui sert à expliquer la forme des nuages que des processus biologiques ou encore les théories qui servent à décrire les différents types de transition de phase.

- à comparer des tissus urbains à différentes échelles ;
- à retracer la structuration de l'espace bâti tout au long de l'urbanisation ;
- à mettre en relation la morphologie urbaine et celle des réseaux de transport ;
- à élaborer des paradigmes spatiaux pour développer des modèles de référence en urbanisme.

### 2.1.2 Un modèle simple : les tapis de Sierpinski

Contrairement à la géométrie euclidienne, les objets fractals ne se situent pas à une échelle particulière, mais on trouve le même type d'éléments géométriques à une variété illimitée d'échelles. La présence du même élément à différentes échelles se traduit par l'existence d'une *organisation hiérarchique* à l'intérieur de l'objet fractal. Ce phénomène est souvent désigné comme *homothétie interne* ou *auto-similarité*. Une telle hiérarchie peut se manifester de façons différentes : dans la courbe de von Koch, elle se manifeste par l'apparition d'une bordure complexe ou, autre exemple, dans la morphologie des montagnes, sous forme d'une surface rugueuse.

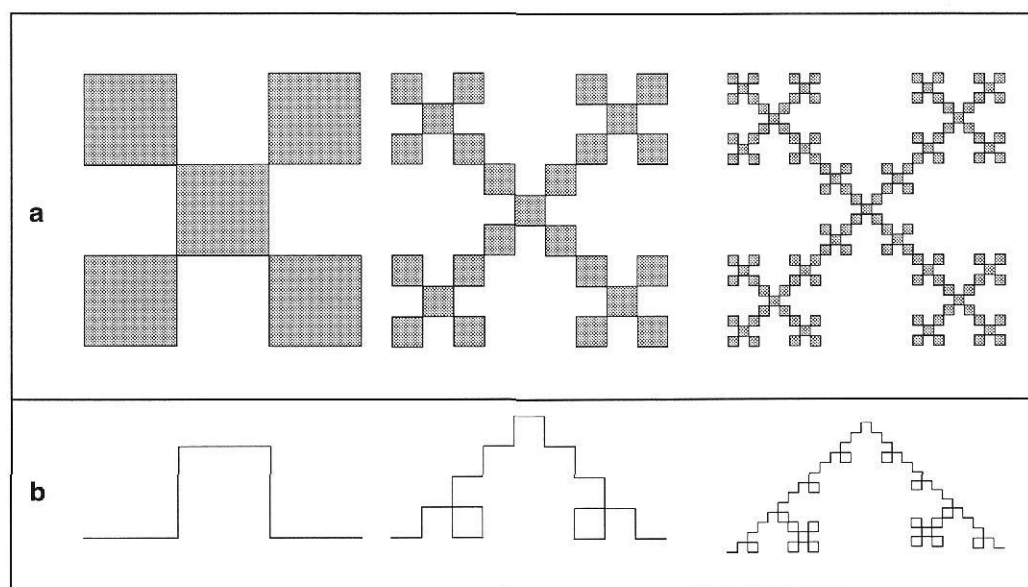


**Fig. 2.2** Deux structures fractales d'aspect différent : la courbe de von Koch, objet à bordure fractale régulière et une simulation d'une montagne, structure qui suit une loi fractale, mais qui inclut des éléments aléatoires [Pei88].

La caractéristique élémentaire d'un tissu urbain, c'est la présence ou l'absence de bâti et sa répartition dans l'espace disponible. Nous nous bornons ici à

cette distinction simple, mais il est aussi possible de considérer d'autres attributs comme l'intensité du bâti ou l'intensité d'occupation de celui-ci par la population urbaine [Bra93], [Fra95b]. Ceci incite à choisir un modèle de référence qui permet d'introduire de tels attributs spatiaux. L'approche qui nous a semblé la mieux adaptée pour développer sur la base de la géométrie fractale un modèle de référence des tissus urbains est celle des *tapis de Sierpinski*. [Fra88], [Fra91a], [Fra94b]. En effet, il s'agit d'objets géométriques qui sont caractérisés par la répartition de certains éléments occupés sur une surface.

La fig. 2.3 montre la construction d'un tapis de Sierpinski selon une application itérée <sup>4</sup>.



**Fig. 2.3** Les premières étapes d'itération pour la construction de deux structures fractales

(a) construction d'un tapis de Sierpinski.

(b) construction d'une courbe fractale

La courbe (b) forme la bordure de chaque coté du tapis de Sierpinski.

<sup>4</sup>Nous nous référons à la discussion détaillée telle qu'elle est par exemple donnée dans [Fra94b] et nous nous restreignons à reprendre un seul exemple opérationnel.

On choisit une figure initiale, ici un carré de longueur  $L$ . Ensuite on réduit cet objet par un facteur donné ( $r = \frac{1}{3}$ ) et on place  $N_0 = N = 5$  carrés de longueur  $l_1 = r \cdot L$  sous la forme d'un damier tel qu'il est représenté dans la fig. 2a, à gauche. Ensuite cette opération est répétée pour chacun des cinq carrés (fig. 2.3a, milieu). Ainsi la figure consiste maintenant en  $N_2 = N^2 = 25$  carrés de longueur  $l_2 = r^2 \cdot L$ . L'aspect de damier a disparu tandis qu'une *hiérarchie spatiale* apparaît : nous observons  $\nu_1 = 4$  grandes lacunes de côté  $l_1$  et  $\nu_2 = 4 \cdot N = 20$  petites lacunes de longueur  $l_2$ . En répétant à nouveau cette opération on fait émerger un niveau hiérarchique supplémentaire de lacunes (fig. 2.3a) à droite. En poursuivant cette *application itérée* à une étape  $n$ , le nombre d'éléments se porte à  $N_n = N^n$  et leur longueur est réduite à  $l_n = r^n \cdot L$ , de sorte que la surface totale des carrés grisés qui forment l'objet fractal, est alors

$$\begin{aligned} a_n &= N_n \cdot l_n^2 \\ &= (N \cdot r^2)^n \cdot L^2 \end{aligned} \tag{2.1}$$

$$= \left(\frac{5}{9}\right)^n \cdot L^2 \tag{2.2}$$

Comme  $\frac{5}{9} < 1$ , cette surface diminue donc à chaque étape et on imagine qu'en répétant cette opération jusqu'à l'infini, on obtiendrait un ensemble de carrés minuscules détachés, dont la surface tendrait vers zéro. Mais, contrairement à un damier, ces carrés ne sont pas distribués de façon *homogène* dans la surface : Il existe de grandes zones vides et, en revanche, des zones où les carrés paraissent plus concentrés. Or, même dans ces zones, il existe encore des parties vides et les carrés sont encore concentrés dans des agrégats. On observe, en fait, toute une hiérarchie de zones vides, avec peu de grandes lacunes et un nombre croissant de plus en plus petites lacunes. La *non-homogénéité* de la distribution des éléments dans l'espace et l'*apparition d'une hiérarchie interne* sont des propriétés fondamentales de ces fractales.

Ces caractéristiques empêchent surtout d'appliquer les concepts habituels des dimensions topologiques. Il est en effet possible de considérer une construction identique qui reproduit à chaque étape le périmètre de notre tapis de Sierpinski (cf. fig. 2.3). Tandis que la surface de l'ensemble des carrés tend vers zéro, on vérifie facilement que la longueur du périmètre tend, elle, vers l'*infini* [Man83], [Fra94b]. Afin de caractériser ces ensembles, la théorie de la mesure a introduit un nouveau type de mesures, les *dimensions fractales* qui

peuvent prendre des *valeurs fractionnaires*, contrairement aux dimensions topologiques.

Nous illustrons ce concept en l'appliquant au tapis de Sierpinski, où l'itération qui a servi à construire la fractale permet un calcul aisé de la dimension fractale. L'idée fondamentale est de définir une mesure généralisée  $\mathcal{L}$ , dont on exige qu'elle reste constante au cours des étapes d'itération :

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &\stackrel{!}{=} \text{const} = N_n \cdot (l_n)^D \\ &\equiv L^D\end{aligned}\quad (2.3)$$

ou

$$N_n = \text{const} \cdot l_n^{-D} \quad (2.4)$$

La condition d'une mesure constante  $\mathcal{L}$  est remplie par un choix approprié de la dimension  $D$ . Ainsi la relation (2.4) détermine le nouveau paramètre  $D$ , *la dimension fractale* de l'objet. En passant aux logarithmes de cette relation, on obtient une relation linéaire

$$\log N_n = \log \text{const} - D \log l_n \quad (2.5)$$

où  $D$  est la pente d'une droite, définie par les points ( $x_n = \log l_n$ ,  $y_n = \log N_n$ ). Il est possible d'insérer dans l'équation (2.5) les relations  $N_n = N^n$  et  $l_n = r^n \cdot L$ . Ceci permet d'obtenir une relation qui ne dépend plus de l'étape  $n$ , mais uniquement des paramètres caractéristiques, pour l'application itérée,  $N$  et  $r$  :

$$\log N = -D \log r \quad (2.6)$$

ou encore

$$D = \frac{\log N}{\log \frac{1}{r}} \quad (2.7)$$

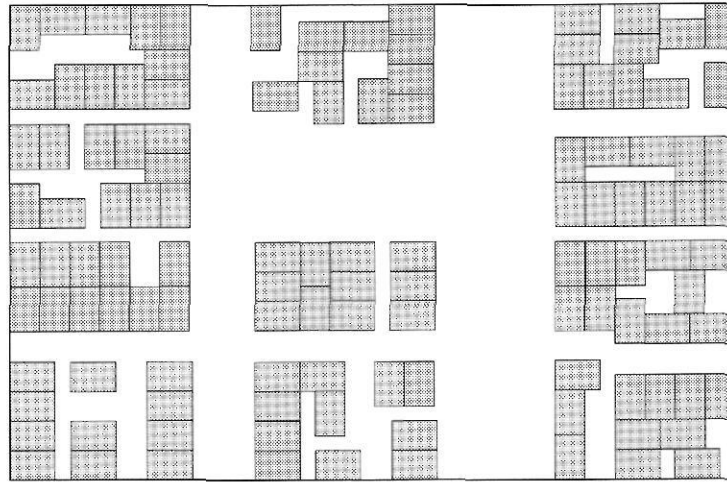
La régularité des fractales issues d'une itération semble gênante pour une approche réaliste de la morphologie urbaine. Mais le comportement fractal n'est pas limité à des objets réguliers. Il est possible d'introduire des éléments stochastiques lors de chaque étape d'itération à condition que l'on respecte la hiérarchie des espaces vides<sup>5</sup>. Ainsi, nous avons introduit une application itérée modifiée par certains éléments stochastiques pour construire la fractale de la fig. 2.4 dont l'aspect général s'approche davantage d'un tissu urbain [Fra94b]. On construit donc des structures qui ne sont plus issues d'une itération purement déterministe, mais qui montrent néanmoins le

<sup>5</sup>En effet, un espace laissé vide lors d'une étape d'itération antérieure, ne peut être occupé ensuite.

même type de hiérarchie spatiale. *Inversement*, il est possible de construire des modèles de référence *réguliers* qui montrent le même type de hiérarchie spatiale interne que des structures aléatoires. Ceci nous donne la possibilité de visualiser une structure hiérarchique cachée par un bruit en la comparant à une fractale équivalente de même dimension.

*Même si cette transposition est loin d'être isomorphe, puisqu'il existe une variété de tissus fractals de même dimension, elle nous permet de développer une vision spatiale basée sur une formalisation différente de l'espace urbain.*

La fig. 2.5 montre une fractale simulée uniquement à partir d'un processus aléatoire et dont la morphologie est proche de l'aspect des tissus urbains observés.



**Fig. 2.4** La troisième étape d'itération d'une fractale de paramètres  $N = 11$  et  $r = \frac{1}{4}$  conçue à partir d'un rectangle. La disposition des éléments ressemble à celle d'un quartier avec des îlots urbains et un réseau de voirie.

En introduisant des éléments aléatoires, différents auteurs ont proposé des modèles, basés sur une approche fractale, pour simuler la morphogénèse d'agglomérations [Fra88], [Whi91], [Bat91a], [Whi93], [Bat94a], [Bat94b], [Bat94c].

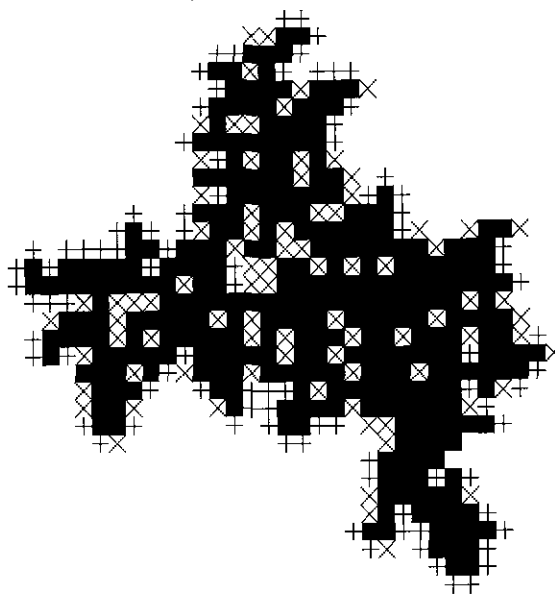


Fig. 2.5 Une structure fractale simulée à partir d'un processus aléatoire.

### 2.1.3 L'intérêt du concept fractal pour la description des tissus urbains et l'information obtenue

Ces exemples montrent que les fractales de surface, telles que les tapis de Sierpinski, semblent reproduire, dans leur forme, certains aspects de la morphologie urbaine à différentes échelles. Si cette observation était confirmée par des analyses empiriques, on trouverait donc une organisation hiérarchique des tissus urbains conforme au principe d'homothétie interne des fractales.

Il existe, en effet, à chaque échelle géographique des arguments qui laissent supposer l'existence d'un comportement hiérarchisé :

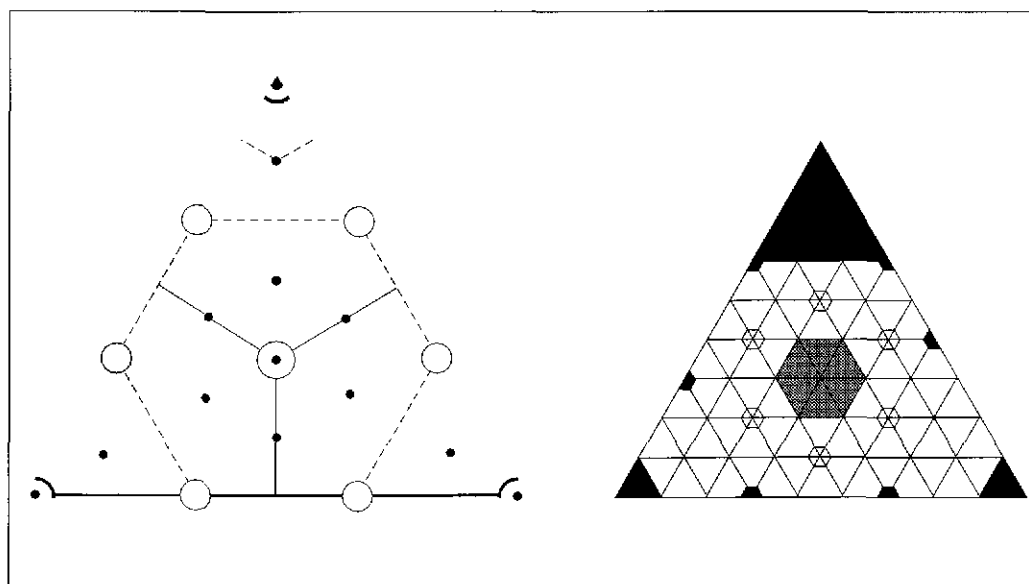
- à l'échelle des réseaux de villes, on a recouru à la loi de Pareto-Zipf pour décrire la distribution rang-taille (cf. par exemple [Pum82]). Or, il est possible de montrer que tous les phénomènes hiérarchiques présents dans les fractales, suivent également une telle loi <sup>6</sup> [Man87], [Fra94b].

---

<sup>6</sup>Il s'agit dans les deux cas d'une distribution hyperbolique

En outre Bussière et Stovall ont trouvé le même type de loi en comparant les surfaces de villes par classe de taille [Bus]. *La théorie des lieux centraux* déduit à partir de réflexions économiques une loi de distribution similaire qui se manifeste par la présence d'un grand nombre de lieux centraux de petite taille et un nombre décroissant de grands centres. La fig. 2.6 montre une fractale théorique similaire au réseau cristallin [Fra94b] ;

- dans les zones métropolitaines, on observe souvent l'apparition d'un réseau de sous-centres, dont on peut supposer qu'ils suivent également une organisation du type cristallin ;
- à l'échelle intra-urbaine, la hiérarchie apparaît plutôt au niveau des espaces inoccupés : on observe, d'une part, un grand nombre de petites rues de desserte locale et de cours intérieures, et, d'autre part, peu de grands boulevards et de grands squares.



**Fig. 2.6** Une partie triangulaire du réseau de Christaller (à gauche) comparée à une fractale construite. En haut se trouve une partie du centre le plus important. Contrairement au réseau cristallin, dans le modèle fractal les villages limitrophes sont absorbés par le centre [Fra94b].



S'il existait une loi fractale valable pour l'ensemble de ce système, on trouverait le *même* type d'organisation interne à *toutes les échelles*. Or, la part de la surface bâtie dans l'espace n'est pas la même, si l'on observe le semis des habitats à une échelle régionale ou si l'on étudie l'intérieur d'une zone urbanisée. Ainsi il semble improbable de trouver pour un phénomène *un seul type* d'organisation spatiale et donc de comportement fractal pour *l'ensemble* des échelles géographiques, comme ceci serait le cas pour une fractale théorique. On doit plutôt s'attendre à observer une *auto-similarité limitée* qui reflète la présence d'un certain type d'organisation hiérarchique dans une *fourchette restreinte* d'échelles. Nous préférons alors parler de comportement scalant, suivant la terminologie employée en physique.

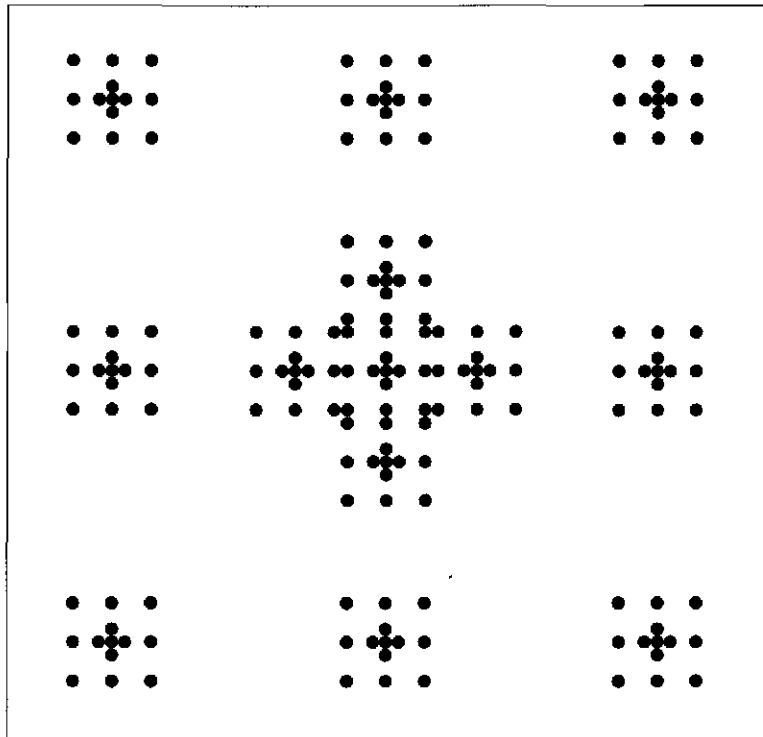
Les analyses fractales permettent alors d'étudier ce comportement scalant et de mettre en évidence aussi les *changements dans l'organisation hiérarchique* du phénomène analysé à certaines échelles.

Même à une seule échelle, le comportement fractal peut varier pour différents objets considérés : les contraintes naturelles comme la topographie ou la morphologie du réseau de transport peuvent influencer la croissance urbaine et ainsi l'organisation du tissu urbain.

D'un certain point de vue, une telle observation doit être considérée comme l'indice d'un comportement *multifractal*. On parle de multifractalité quand la dimension fractale varie localement à l'intérieur d'un ensemble.

Si nous voulons recourir à la géométrie fractale pour mieux comprendre la structuration de l'espace par l'homme, il paraît donc plus utile de développer *plusieurs modèles* selon le phénomène considéré. Ainsi la fig. 2.7 montre une fractale construite qui peut servir de référence pour l'organisation hiérarchique d'une grande agglomération. Elle reproduit une distribution hiérarchique d'habitats : un centre important est entouré d'un certain nombre d'agrégats situés à une certaine distance les uns des autres. Chacun de ces agrégats est composé d'un lieu central, entouré de petites unités. Contrairement à ce type de fractales, très diluées et parfois désignées comme "poussière de Fournier", le tapis de Sierpinski de la fig. 2.3 s'approche plus, par sa logique, des tissus intra-urbains. Les éléments occupés se trouvent tous à proximité des diagonales qui rappellent par leur dominance les axes de transport dans une ville.

En revanche, plus l'on s'éloigne du centre plus on distingue de grands espaces vides qui séparent ces axes. Ainsi la masse occupée diminue-t-elle à partir du centre. Nous appelons *dilution radiale du bâti* ce phénomène, très présent dans les tissus urbains.



**Fig. 2.7** *Un tissu fractal très dilué : une poussière de Fournier. La logique est analogue à celle des tapis de Sierpinski, sauf que tous les éléments sont séparés par des espaces vides. La dimension fractale est  $D \approx 1,32$ . On remarque la présence d'une hiérarchie d'agrégats.*

En étudiant l'organisation spatiale des villes, il est donc possible :

- soit de découvrir des ressemblances dans l'organisation spatiale à diverses échelles géographiques, par exemple dans des petites villes et dans des grandes agglomérations, ce qui correspondrait à un *phénomène d'auto-similarité* ;
- soit de déterminer des échelles où l'on observe un changement dans le semis des villes ou la répartition du bâti intra-urbain. Ces ruptures peuvent aussi bien confirmer notre conception a priori d'échelles fonctionnelles ou bien la modifier.

Comme une telle description des tissus urbains repose sur une approche différente de celle des mesures traditionnelles de densité, les résultats obtenus pourraient contribuer à améliorer nos connaissances sur l'organisation spatiale des villes et la morphogénèse urbaine.

## 2.2 Les différentes méthodes d'analyse fractale

### 2.2.1 Aperçu méthodologique

Afin d'étudier le comportement fractal de structures urbaines empiriques, il n'est pas possible d'utiliser directement une application itérée. On a donc élaboré des méthodes de mesure qui reposent sur une *logique équivalente* à celle de l'itération : *on introduit une séquence de mesures à taille variable  $\varepsilon$  et, à chacune des étapes, on détermine le nombre d'éléments  $N(\varepsilon)$  de cette taille qui sont nécessaires pour couvrir la structure.* Dans des relations qui permettent de déterminer la dimension fractale, on remplace alors la taille des éléments que nous avons désignée par  $l_n$  par la taille de la mesure variable, soit  $\varepsilon$  et on obtient ainsi (cf. (2.3))

$$N_n \cdot (l_n)^D = \mathcal{L} \quad \longrightarrow \quad N(\varepsilon) \cdot (\varepsilon)^D = \text{const} \quad (2.8)$$

d'où

$$\log N(\varepsilon) = \log \text{const} - D \log \varepsilon \quad (2.9)$$

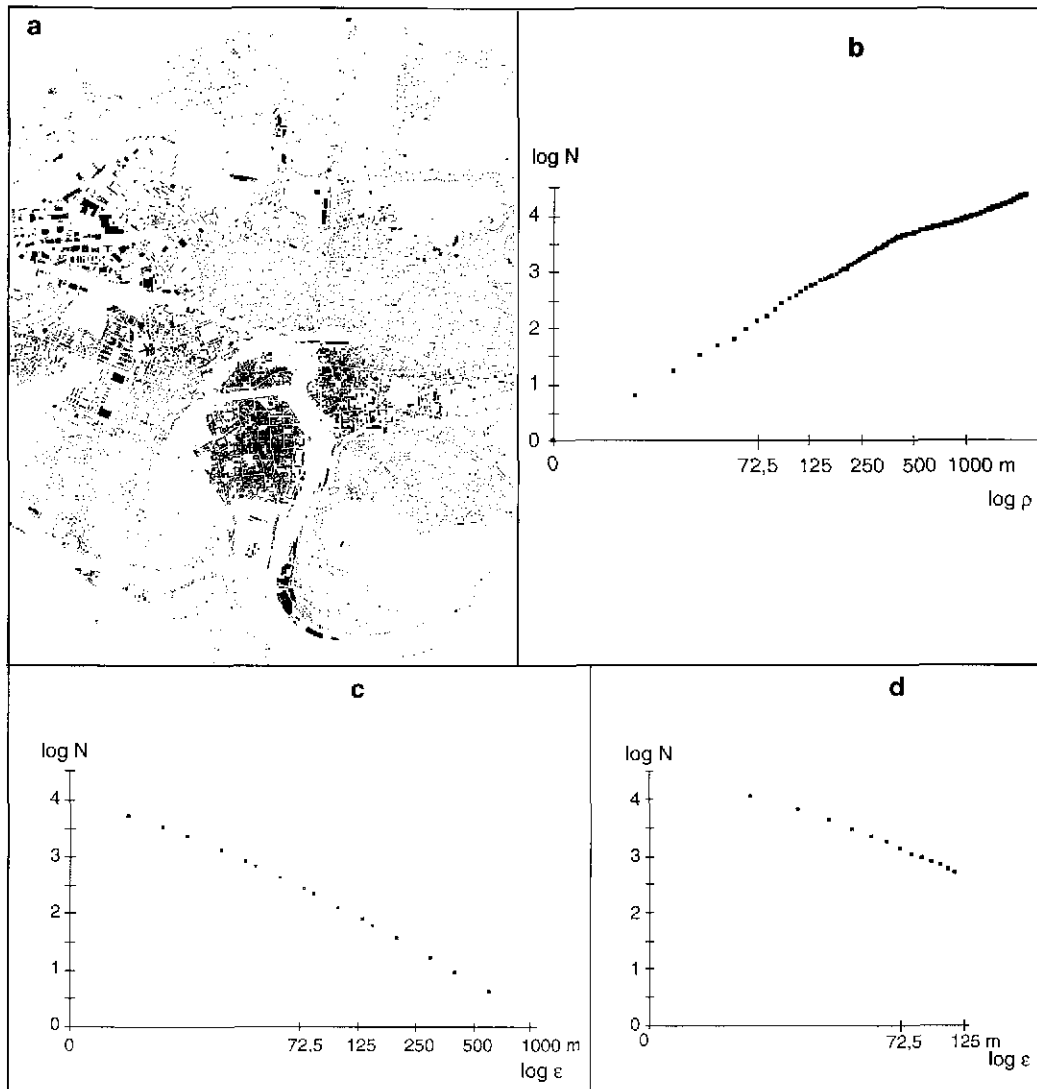
Pour réaliser sur ordinateur des analyses automatisées des tissus urbains, il est nécessaire de numériser une représentation cartographique du tissu bâti des villes étudiées. La résolution choisie lors du scannage détermine alors la taille du pixel qui représente la limite inférieure de l'information spatiale.

Pour ces analyses empiriques, jusqu'ici trois méthodes ont été utilisées : l'analyse du quadrillage, l'analyse radiale et l'analyse de la corrélation [Bat94a], [Whi93], [Fra94b]. Le logiciel que nous avons développé permet d'utiliser deux méthodes : *l'analyse du quadrillage*, et *l'analyse radiale*. Récemment, nous avons implanté un autre algorithme, qui effectue *l'analyse de la dilatation* [Fra95b]<sup>7</sup>. Nous allons montrer que les informations obtenues par ces différentes méthodes ne sont pas équivalentes.

La fig. 2.8 montre l'aspect des courbes obtenues pour les différents types d'analyse.

---

<sup>7</sup>Ces logiciels d'analyse ont été réalisés par R.Sadler (Stuttgart), et ont été élargis dans le cadre de ce contrat par B.Fergani, H.Brutin et P.Polvêche (Besançon).



**Fig. 2.8** La surface bâtie de Besançon (a) et les courbes obtenues pour l'analyse radiale (b), l'analyse du quadrillage (c) et l'analyse de la dilatation (d).

## 2.2.2 Les analyses globales

### 2.2.2.1 L'analyse du quadrillage

Cette méthode permet de mesurer d'une façon globale le comportement fractal à l'intérieur d'une zone définie. La zone à étudier constitue une fenêtre d'analyse que l'on couvre par un quadrillage et on fait varier la taille  $\varepsilon$  de la maille. Suivant la logique décrite dans la section précédente, on compte pour chaque valeur  $\varepsilon$  le nombre  $N(\varepsilon)$  de mailles contenant des points occupés. Pour une fractale on obtient, dans une représentation bi-logarithmique de la fonction  $N(\varepsilon)$ , une relation linéaire, analogue à (2.5) :

$$\log N(\varepsilon) = \log \text{const} - D_q \log \varepsilon \quad (2.10)$$

La pente exprime la dimension du quadrillage  $D_q$ .

Dans la pratique, l'analyse du quadrillage est soumise à certaines ambiguïtés. On observe que les résultats dépendent parfois de la position et de la taille de la fenêtre d'analyse *même si l'ensemble des points occupés à l'intérieur de celle-ci n'est pas affecté*. Ceci s'explique par le fait que l'analyse du quadrillage mesure *la part de la surface occupée par rapport à la surface non occupée*. Ainsi, la variation de la part non-occupée affecte également l'échantillon spatial <sup>8</sup>.

On ne peut pas s'attendre à trouver le même type de comportement scalant dans l'ensemble de l'espace. Il est possible de recourir à cette sensibilité des résultats par rapport à la position et la taille des fenêtres pour étudier la *variation locale du comportement scalant*, par exemple en déplaçant systématiquement la fenêtre d'analyse.

### 2.2.2.2 L'analyse de la dilatation

Afin d'éviter les effets liés à la taille de la fenêtre d'analyse et à sa position, il est possible d'utiliser une autre méthode : *l'analyse de dilatation*. Elle reprend l'algorithme proposé par Minkowski et Bouligand pour déterminer la dimension d'un objet selon l'approche de la théorie de la mesure. Récemment cette approche a également été discutée dans le cadre de la "morphologie mathématique".

---

<sup>8</sup>Ce phénomène résulte de la logique binaire de ce type d'analyse : on ne distingue que deux caractères : occupé et vide.

La méthode est basée sur la logique suivante : on définit une séquence d'éléments-tests, par exemple des cercles ou des carrés de taille variable  $\varepsilon$  et de surface  $a(\varepsilon)$ , et on cherche à déterminer à chaque étape le nombre d'éléments minimum nécessaire pour couvrir toute la structure. Ceci est réalisé de la façon suivante :

- on entoure *chacun des points occupés* d'un de ces éléments-tests. L'intérieur de ces éléments est considéré comme surface occupée. Ainsi tous les points occupés situés à une distance inférieure à  $\varepsilon$  forment un même agrégat (cf. fig. 2.10) ;
- on détermine la surface totale  $A(\varepsilon)$  de l'ensemble formé de tous les éléments ;
- en divisant cette surface totale par la surface  $a(\varepsilon)$  d'un élément-test, on obtient le nombre d'éléments  $N(\varepsilon)$  qui suffisent pour couvrir l'ensemble original d'éléments de taille  $\varepsilon$  :

$$N(\varepsilon) = \frac{A(\varepsilon)}{a(\varepsilon)} \quad (2.11)$$

Cette procédure correspond à une approximation graduelle de la figure originale puisqu'on néglige tous les détails de taille inférieure à celle de l'élément-test  $\varepsilon$ . En effet ceux-ci sont tous considérés comme éléments occupés (cf. fig. 2.10). Cette démarche peut être comparée à la variation progressive de la résolution cartographique. En répétant cette opération pour plusieurs valeurs  $\varepsilon$ , on obtient une information sur la structure pour différents degrés de résolution.

La relation fractale correspondante prend la forme :

$$\log N(\varepsilon) = \log \text{const} - D_M \log \varepsilon \quad (2.12)$$

et la pente  $D_M$  correspond à la *dimension de Minkowski* ou *dimension de dilatation*.

Afin d'éviter des erreurs résultant de valeurs arrondies lorsqu'on utilise des éléments circulaires, nous avons introduit dans le logiciel des éléments-tests de forme carrée, centrés sur chaque point occupé, dont la surface est  $a(\varepsilon) = \varepsilon^2$ <sup>9</sup>.

La variation de  $\varepsilon$  est réalisée en élargissant graduellement la taille des carrés de telle sorte qu'à l'étape  $i$  leur longueur soit de :

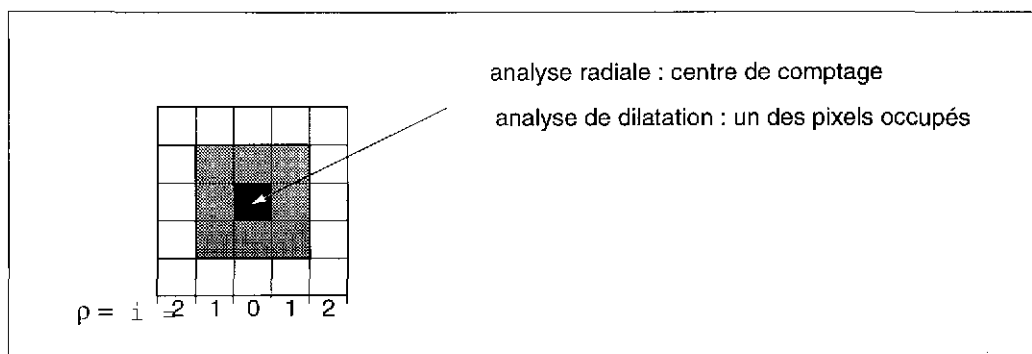
$$\varepsilon = 2 \cdot i + 1 \quad (2.13)$$

<sup>9</sup>Ces deux méthodes sont équivalentes suivant la logique fractale.

et leur surface de  $a(\varepsilon) = \varepsilon^2$  (cf. fig.2.9).

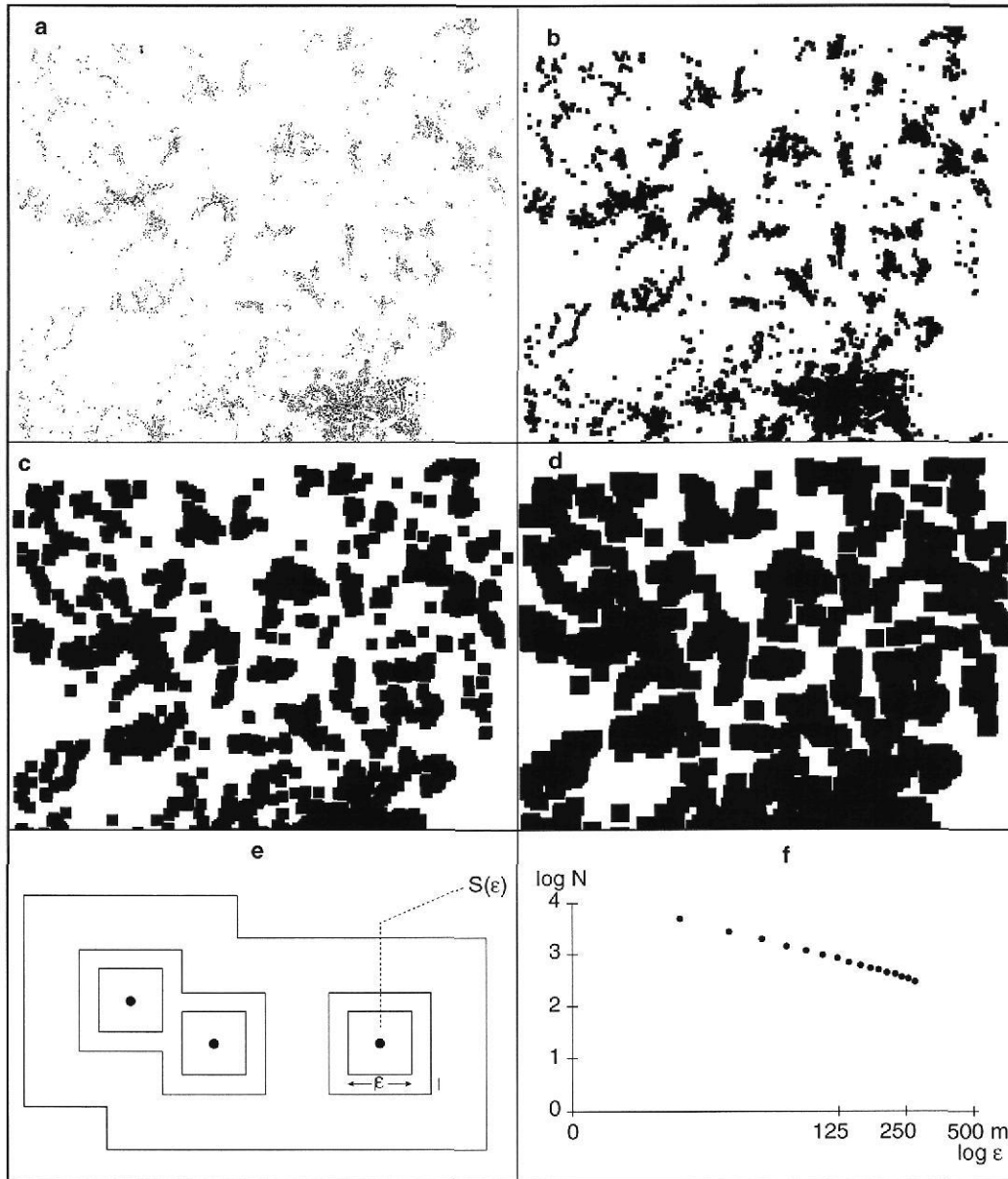
Les premiers essais réalisés selon cette méthode d'analyse globale s'avèrent prometteurs. Comme les résultats se réfèrent uniquement à l'ensemble des points occupés, les ambiguïtés discutées pour l'analyse du quadrillage n'existent plus : une modification des résultats n'apparaît que si l'on change l'ensemble des zones bâties, donc des points occupés.

Comme le montre la fig. 2.10 la dilatation graduelle fait apparaître des agrégats en forme de bandes et d'amas. *Elle constitue ainsi un outil subtil pour visualiser les contiguïtés spatiales dans le tissu bâti et peut ainsi servir à détecter dans les zones périurbaines les endroits sensibles à une absorption spatiale par un autre agrégat.*



**Fig. 2.9** Le comptage dans l'analyse de dilatation et l'analyse radiale. Il s'agit d'un pixel occupé qui se trouve au centre d'un carré-test. Dans l'analyse de dilatation chaque pixel occupé est entouré d'un tel carré dont la surface est  $a(\varepsilon)$ . Dans l'analyse radiale le centre du carré représente le centre de comptage et on compte le nombre de pixels occupés à l'intérieur de ce carré. Dans les deux cas la valeur  $i = 0$  de l'indice se réfère au centre même. Ceci signifie pour l'analyse de dilatation  $\varepsilon = 0$  et une surface de  $a(\varepsilon = 0) = 1$ , pour l'analyse radiale  $\rho = 0$  et  $N(\rho = 0) = 1$ . A une étape  $i > 0$ , la base du carré est de  $2 \cdot i + 1$ .





**Fig. 2.10** *L'analyse de dilatation.*

*La surface bâtie dans la région de Lons-le-Saunier (a) et le tissu obtenu à la 2<sup>ème</sup> étape de dilatation (b), à la 6<sup>ème</sup> étape (c) et à la 10<sup>ème</sup> étape (d). La figure (e) montre le principe de l'analyse de dilatation : si l'on élargit la taille  $\epsilon$ , des carrés qui entourent chaque point, ces carrés se recoupent et des agrégats apparaissent. La figure (f) montre la courbe d'analyse obtenue par l'analyse de dilatation.*

## 2.2.3 L'analyse radiale – une approche locale

### 2.2.3.1 Une mesure pour la dilution radiale de l'occupation du sol

L'*analyse radiale* est basée sur une logique différente. Elle mesure *directement* le comportement scalant dans le voisinage d'un point choisi, par exemple le barycentre d'un agrégat. On entoure ce point par exemple d'un cercle dont on élargit progressivement la taille en augmentant le rayon  $\rho$ . On détermine à chaque étape le nombre total de points occupés  $N(\rho)$  à l'intérieur de ce cercle. La loi fractale prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} N(\rho) &= \rho^{D_r} \\ \Rightarrow \log N(\rho) &= D_r \cdot \log \rho \end{aligned} \quad (2.14)$$

La relation linéaire (2.14) permet de déterminer la *dimension radiale*  $D_r$ .

Nous avons implanté ce comptage basé sur la dilatation d'un cercle dans le logiciel d'analyse, mais en réalité nous avons préféré utiliser des carrés (cf. fig. 2.9), pour la même raison que dans l'analyse de dilatation<sup>10</sup>. Afin de réaliser les analyses, on choisit un centre de comptage, qui selon la logique fractale doit être un point occupé. Le côté du carré qui entoure ce point,  $b_i$ , est agrandi graduellement de telle sorte qu'on obtienne à l'étape  $i$  (cf. fig. 2.9) :

$$b_i = 2 \cdot i + 1 \quad (2.15)$$

L'indice  $i$  remplace maintenant le rayon  $\rho$  dans l'analyse basée sur la dilatation d'un cercle :

$$\rho \equiv i \quad (2.16)$$

Nous précisons que pour la représentation logarithmique des courbes d'analyse, on choisit le côté du carré  $b_i$  comme paramètre de distance. On obtient

---

<sup>10</sup>Dans la réalité, une différence éventuelle entre les deux méthodes de comptage pourrait se manifester par un certain décalage dans la localisation des ruptures. En effet il serait possible que le cercle atteigne, lors de son agrandissement progressif, certaines zones où l'on observe un changement dans l'organisation spatiale à une distance du centre de comptage légèrement différente de celle observée pour l'analyse à l'aide de carrés. Mais des tests ponctuels n'ont pas révélé de différences importantes.

ainsi la relation :

$$\begin{aligned} N(b_i) &= b_i^{D_r} \\ &= (2 \cdot i + 1)^{D_r} \\ \Rightarrow \log N(b_i) &= D_r \cdot \log b_i \\ &= D_r \cdot \log(2 \cdot i + 1) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Ceci assure que l'on obtienne effectivement  $D_r = 2$  pour une surface totalement occupée.

Si l'on observe dans une courbe empirique une inflexion brusque, il est possible de déterminer la distance entre l'inflexion et le centre de comptage en calculant d'abord le côté du carré correspondant :

$$\log b_i \quad \Rightarrow \quad b_i$$

ce qui permet d'obtenir la distance du centre de comptage par les relations (2.15) et (2.16) :

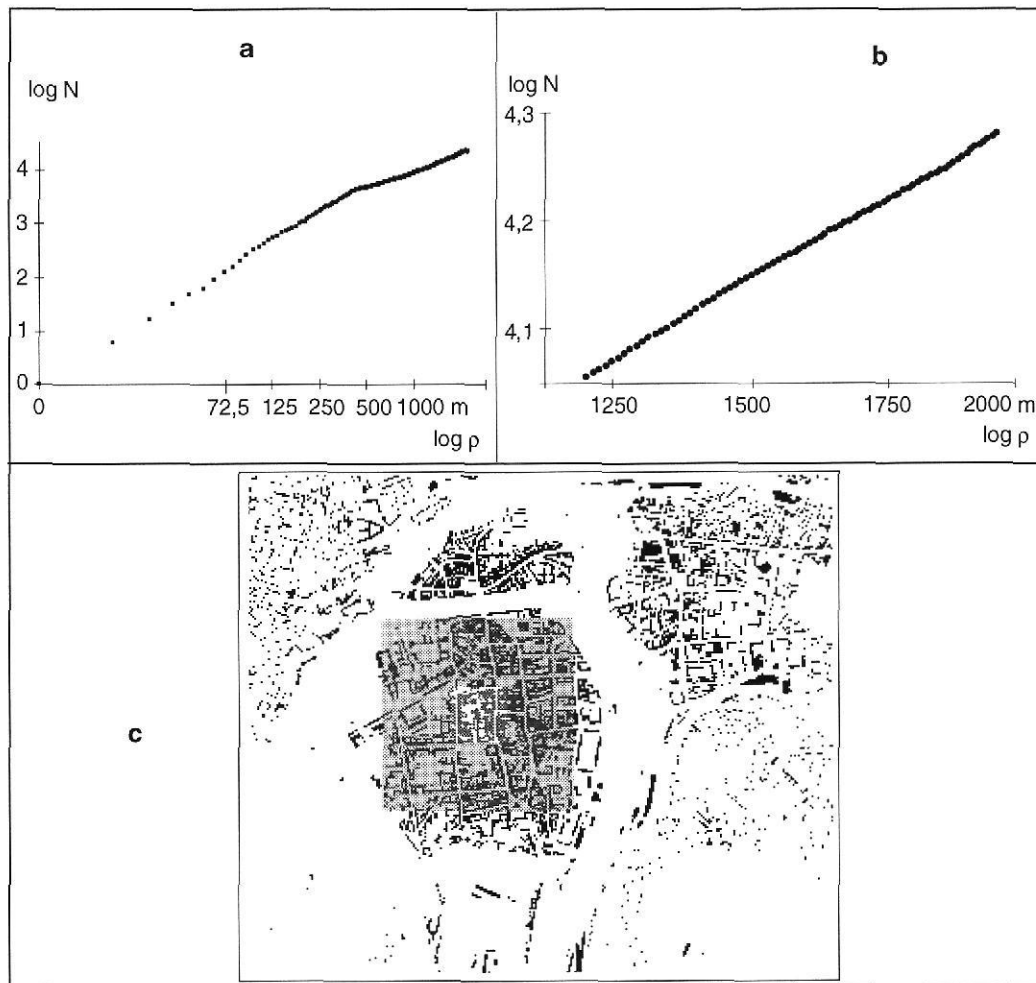
$$b_i \quad \Rightarrow \quad \rho = i$$

Ceci permet de tracer un carré correspondant sur le plan de la surface bâtie. Ainsi la fig. 2.11 montre l'analyse radiale de Besançon où les variables utilisées sont  $\log N(b_i)$  et  $\log b_i$ . On remarque une légère rupture proche du centre de comptage et une inflexion forte qui correspond à l'endroit où la dilatation atteint le Doubs. Dans la fig. 2.11(c) sont représentés les deux carrés qui se réfèrent à ces changements du comportement scalant.

L'analyse radiale s'avère un instrument puissant pour analyser la dilution radiale de la surface bâtie à partir du centre choisi. Ceci devient évident si l'on considère la part de la surface occupée par le bâti à distance  $\rho$  du centre  $\frac{N(\rho)}{N_{tot}(\rho)}$  où  $N_{tot}(\rho)$  est le nombre de pixels nécessaires pour couvrir la surface entière, laquelle est proportionnelle à  $\rho^2$ . Ainsi on obtient :

$$\frac{N(\rho)}{N_{tot}(\rho)} \sim \rho^{D_r-2} \quad (2.18)$$

Comme  $D_r < 2$ , l'exposant est négatif et on retrouve donc une *loi hyperbolique*, donc un *amoindrissement progressif de la densité d'occupation du sol, au fur et à mesure que l'on s'éloigne du centre.*



**Fig. 2.11** *L'analyse radiale à partir du centre de Besançon.*

(a) *courbe de l'analyse radiale*

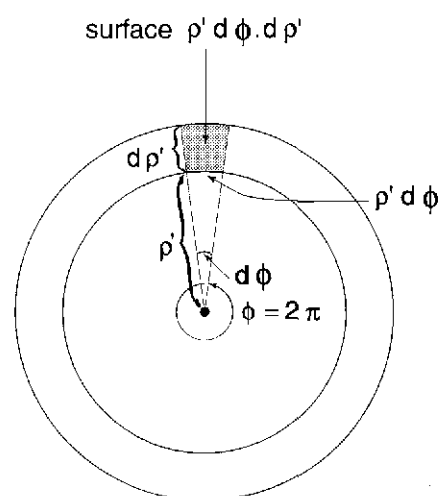
(b) *section de la courbe régulière qui se réfère à une partie de la couronne périphérique.*

(c) *le tissu du centre de Besançon avec les deux zones décrites dans le texte.*

Si l'information obtenue par l'analyse radiale est de nature *locale* puisqu'elle se rapporte à un centre de comptage particulier, elle *globalise* en revanche l'information sur le tissu urbain en fonction de la distance du centre choisi.

Ceci devient évident si l'on considère le processus de comptage, décrit plus haut et qui se réfère à la formule (2.14). Si l'on utilise la méthode des cercles, on suppose qu'on couvre la structure en question d'un disque circulaire dont on agrandit progressivement le rayon, et à l'intérieur duquel on compte les pixels occupés. La transcription mathématique de cette opération suppose une double intégration en coordonnées polaires :

- à chaque distance  $\rho'$  le centre est d'abord entouré d'une couronne circulaire dans laquelle on compte le nombre de points occupés. Ceci correspond à une intégration sur une portée d'angle  $\phi$  qui s'étend à  $360^\circ$  soit  $2 \cdot \pi$  autour du centre de comptage (cf. fig. 2.12) ;
- ensuite, on ajoute le nombre de points occupés présents dans cette couronne au total des points occupés comptés lors des étapes précédentes, donc pour toutes les distances inférieures à celles qu'on étudie. Ceci est équivalent à une intégration qui s'étend du rayon  $\rho' = 0$  à la distance actuelle  $\rho' = \rho$ .



**Fig. 2.12** L'élément d'une couronne circulaire, dont l'angle d'ouverture est  $d\phi$ . La surface de cet élément est  $\rho' \cdot d\phi \cdot d\rho'$  et la surface de la couronne complète est le résultat d'une intégration sur l'angle total de  $\phi = 0$  à  $\phi = 2 \cdot \pi$ . La densité de points occupés à l'intérieur de l'élément est désignée comme  $\nu(\rho, \phi)$ .

On obtient ainsi la formule :

$$N(\rho) = \int_{\rho'=0}^{\rho} \int_{\phi=0}^{2\pi} \nu(\rho, \phi) \rho' d\phi d\rho' \quad (2.19)$$

où  $\nu(\rho, \phi)$  est la *densité locale du bâti* à l'endroit  $(\rho, \phi)$  caractérisé par des coordonnées polaires. *Le seul paramètre qui reste est la distance au centre  $\rho$ .*

### 2.2.3.2 L'analyse radiale et la perception de l'espace urbain

Par sa logique, l'analyse radiale a l'avantage de s'approcher de notre *perception de l'espace urbain* [Fra95a]. En effet, étudier le tissu spatial en agrandissant successivement la zone autour d'un point fixe, correspond à la situation d'un observateur qui se positionne à un certain endroit dans une ville et qui progressivement élargit son champ de vision. La représentation logarithmique souligne cet aspect puisqu'elle fait ressortir davantage les phénomènes proches du centre de comptage, en revanche elle globalise l'information pour les zones plus éloignées. De manière qualitative ceci exprime qu'on attache plus d'importance au voisinage de l'endroit considéré et que notre connaissance de l'espace diminue avec l'éloignement. Nous rappelons à ce sujet les réflexions menées par plusieurs auteurs sur le caractère non-euclidien, hétérogène et anisotrope de l'espace géographique [Rey81], [Cau84].

### 2.2.3.3 L'analyse de la corrélation temporelle

Pour mettre en évidence l'évolution spatiale d'un tissu urbain nous proposons de croiser les informations obtenues par les analyses fractales à deux dates successives. Nous donnons l'exemple pour l'analyse radiale. Supposons que l'on dispose de deux fonctions empiriques  $N_{t_1}(\rho)$  et  $N_{t_2}(\rho)$  obtenues pour les deux dates  $t_1$  et  $t_2$ . Afin de comparer ces deux informations, il suffit d'étudier la corrélation entre ces deux fonctions en représentant les couples  $(N_{t_1}(\rho), N_{t_2}(\rho))$  pour chaque valeur de  $\rho$  dans un système de coordonnées  $(x, y)$  où

$$x \equiv N_{t_1}(\rho) \quad \text{et} \quad y \equiv N_{t_2}(\rho) \quad (2.20)$$

*Ainsi on compare directement, point par point, les deux fonctions empiriques.*

Au niveau de la logique fractale, il semble utile de choisir une *représentation bi-logarithmique*. Si on suppose que pour les deux dates  $t_1$  et  $t_2$ , on observe des courbes d'analyse radiale dont le comportement suit une loi fractale, mais

que les dimensions soient différentes aux deux dates, on obtient :

$$N_{t_1}(\rho) = \rho^{D_1} \quad (2.21)$$

$$N_{t_2}(\rho) = \rho^{D_2} \quad (2.22)$$

Par une transformation logarithmique, on obtient

$$\log N_{t_1}(\rho) = D_1 \cdot \log \rho \quad (2.23)$$

$$\log N_{t_2}(\rho) = D_2 \cdot \log \rho \quad (2.24)$$

Il est possible d'éliminer le paramètre  $\rho$  en divisant (2.24) par (2.23) :

$$\log N_{t_2}(\rho) = \frac{D_2}{D_1} \log N_{t_1}(\rho) \quad (2.25)$$

*Dans une représentation bi-logarithmique on obtient donc une droite dont la pente représente le rapport entre les deux dimensions  $D_1$  et  $D_2$ . Si la dimension fractale ne varie pas entre les deux dates, la pente est égale à un, en revanche si la dimension augmente la pente est plus raide (variation positive).*

En pratique les courbes réelles ne montrent pas nécessairement un comportement fractal régulier, ce qui se manifeste par des ruptures dans les courbes empiriques  $N_{t_1}(\rho)$  et  $N_{t_2}(\rho)$ . Ainsi les relations (2.21) et (2.22) ne sont plus valables pour la totalité du domaine de  $\rho$ . Cependant l'intérêt des *courbes de corrélation* ou *courbes synthétiques* est de permettre une comparaison directe du comportement scalant dans le tissu urbain à deux dates différentes : *si une rupture ou une déviation quelconque apparaît dans les deux courbes au même endroit, la corrélation est toujours forte, donc les points  $(N_{t_1}(\rho), N_{t_2}(\rho))$  ou  $(\log N_{t_1}(\rho), \log N_{t_2}(\rho))$ , respectivement, se situent toujours sur la diagonale principale du système de coordonnées, le tissu conserve donc la même morphologie.*

En revanche, si on observe dans la représentation bi-logarithmique de la courbe synthétique un aspect linéaire, mais une pente plus forte, bien que les courbes  $N_{t_1}(\rho)$  et  $N_{t_2}(\rho)$  présentent aux mêmes endroits certaines irrégularités, ceci traduit une augmentation générale du nombre de points occupés à la deuxième période, donc une densification du bâti. Au niveau formel ceci implique une loi :

$$\log N_{t_2}(\rho) = \gamma \cdot \log N_{t_1}(\rho) \quad (2.26)$$

ou

$$N_{t_2}(\rho) = N_{t_1}(\rho)^\gamma \quad (2.27)$$

Cette relation montre bien que le nombre de points occupés à la deuxième période est supérieur à celui de la première, indépendamment de la forme réelle de la courbe  $N(\rho)$ .



## 2.3 Applications : analyse de tissus urbains en Franche-Comté

### 2.3.1 Introduction

Les applications ont eu pour finalité générale de montrer que l'analyse fractale représente un outil d'analyse spatiale applicable à n'importe quel tissu urbain <sup>11</sup>. Ce travail sur des villes moyennes et petites à l'échelle européenne et française, *complète et conforte les études réalisées sur de grandes métropoles* : jusqu'à présent, les niveaux inférieurs de la hiérarchie urbaine n'ont pas été traités. Ces applications avaient comme objectifs particuliers :

- de vérifier que l'outil fractal est révélateur de principes d'organisation semblables d'une ville à l'autre, et ce, malgré la différence de leur morphologie apparente ;
- de voir si les mesures fractales constituent des descripteurs quantitatifs adéquats de ces morphologies urbaines ;
- de tester la pertinence de telles analyses pour étudier la croissance des tissus urbains au cours du temps.

### 2.3.2 Les agglomérations étudiées

Ces analyses fractales ont été menées sur les deux plus grandes agglomérations franc-comtoises, très différentes l'une de l'autre, Besançon (120 000 habitants regroupés pour la quasi totalité dans la commune de Besançon) et Montbéliard (30 000 habitants dans la commune, 120 000 dans l'unité urbaine), ainsi que sur des agglomérations plus petites, Lons-le-Saunier (20 000 habitants), Dole (30 000 habitants) et Poligny (5 000 habitants) <sup>12</sup>.

#### • BESANÇON

Capitale régionale, Besançon a connu grâce à ses fonctions administratives et industrielles, *un développement important qui s'est traduit, comme partout, par une extension du bâti à partir du centre ancien. Mais ici plus qu'ailleurs,*

<sup>11</sup>Cette section a été rédigée en commun avec M. Le Berre et J. Prost.

<sup>12</sup>La majorité des analyses ont été effectuées dans le cadre de plusieurs maîtrises en géographie. Elles ont été réalisées par S.Trincat (Besançon), par L.Gauguel (Montbéliard), par S.Lhomme (Dole) et par J.Prost (Lons-le-Saunier, Poligny). Ce travail comprenait aussi l'élaboration de la base cartographique numérisée.

cette diffusion spatiale de l'urbanisation fut perturbée par des contraintes naturelles particulièrement vigoureuses : méandre presque recoupé du Doubs, collines à l'est et au sud de la ville. L'extension s'est donc produite sur les zones planes de l'ouest et du nord, notamment le long des grands axes de transport, en direction de Dole, de Vesoul et de Belfort. Peu à peu, certains vides se sont comblés et d'anciens villages, Palente, Saint-Ferjeux, ont été intégrés à la ville. Cette urbanisation contrariée est aujourd'hui responsable de la forme originale du bâti : un éventail qui se déploie depuis la citadelle et dans lequel, malgré l'essor des années cinquante et soixante, de nombreux espaces sont demeurés vides. Cette vacuité est créée par le système défensif conçu par Vauban (forts, glacis aménagés en espaces verts et en voies de circulation) et la présence de grands terrains toujours occupés par les militaires ; elle est renforcée par la vigueur des reliefs. Enfin, Besançon est une grande commune de 6505 hectares (dont 1863 hectares de forêt). Elle a donc disposé d'une réserve foncière étendue qui a permis à la croissance urbaine de ne pas se déverser sur les communes limitrophes. Le phénomène de péri-urbanisation, qui touche d'ordinaire les agglomérations, est ici peu marqué ; grands ensembles (quartier de Planoise) et maisons individuelles (quartier de Bregille), zones commerciales et industrielles sont intégrées à la commune. La place ne manquant pas, la diffusion spatiale de la croissance urbaine s'est faite de manière plus ou moins anarchique. En définitive, Besançon est l'exemple même d'une agglomération mononucléaire dont le tissu urbain est en apparence éloigné de toute forme d'organisation.

#### • MONTBÉLIARD

A l'inverse de Besançon, l'agglomération de Montbéliard présente une structure polynucléaire dont les centres sont de taille et d'importance comparables, même si la Ville de Montbéliard fait figure aujourd'hui de pôle administratif et commercial pour l'ensemble de l'agglomération. Le développement urbain y fut largement influencé par l'essor industriel, notamment automobile (les usines Peugeot représentent en Europe la plus grande emprise au sol dans une même agglomération) qui toucha les villages voisins : chaque centre s'est doté d'activités industrielles, de quelques fonctions de services et de zones d'habitat qui ont favorisé l'émergence de l'agglomération. Ils sont vite devenus trop exigus pour contenir la croissance urbaine et satisfaire la demande de logements. Le bâti s'est alors diffusé progressivement le long des axes de transport dans les fonds de vallées, puis il a peu à peu investi les zones intersticielles, notamment les plateaux environnants où ont été construits les grands ensembles. Malgré cette tendance au comblement des espaces vides, l'agglomération conserve encore les marques de la structure polynucléaire liée

aux spécificités de l'industrialisation locale.

• LONS-LE-SAUNIER

Petite préfecture départementale du Jura, Lons-le-Saunier présente une surface bâtie réduite. Comme à Besançon, la morphologie urbaine et la croissance de la ville sont largement tributaires des obstacles créés par le relief : rebord du plateau jurassien à l'est, nombreuses collines entourant la ville. L'extension s'est réalisée le long des axes de transport, donnant à l'agglomération une forme tentaculaire. A la différence de Besançon, Lons-le-Saunier dispose d'une surface communale restreinte, vite occupée dès les années 50, notamment à l'est de la ville en direction du plateau où sont installés les grands ensembles et la zone industrielle. Les constructions ont essaimé sur les villages voisins, Montmorot, Pèrrigny. Ce phénomène de périurbanisation s'est peu à peu traduit par une continuité du tissu urbain, depuis le centre de Lons-le-Saunier vers Montmorot par exemple, lorsque le bâti a investi les secteurs localisés entre le centre ancien et les anciens villages.

• DOLE

Sous-préfecture du Jura, Dole se caractérise par une croissance en auréoles régulières à partir du centre historique de forme grossièrement circulaire, compact et dense : hormis la zone inondable du Doubs, aucun obstacle naturel n'a gêné le développement de la ville. Cette disposition n'est perturbée que par la tendance à la diffusion du bâti le long des axes de circulation principaux (en direction de Dijon, Besançon, Chalon-sur-Saône, Lons-le-Saunier) et surtout vers le site industriel de Tavaux, à six kilomètres seulement.

• POLIGNY

Poligny est une petite ville située, au pied du Jura, au carrefour des routes Besançon-Lyon et Dijon-Genève. Bloquée à l'est par le rebord du massif, la ville, s'est progressivement mais modestement étalée depuis le centre historique médiéval, compact, vers l'ouest, en direction de la Nationale 83 (construction de lotissements et d'une zone industrielle).

Les agglomérations choisies sont donc très différentes par leur morphologie. Leur taille n'est pas la même, leurs fonctions non plus. L'urbanisation ne s'y est développée ni en même temps, ni au même rythme. Les contraintes naturelles n'y ont pas partout la même prégnance. Tout les oppose donc. Si les méthodes d'analyse fractale s'avèrent adaptées, ce sera un élément de preuve important de leur validité pour l'étude des morphologies urbaines en général.

### 2.3.3 L'identification du bâti par les cartes

Par souci de commodité, les analyses fractales ont toutes été réalisées à partir des informations fournies par les cartes topographiques de l'Institut Géographique National au 1:25 000 et, par défaut, au 1:50 000. D'autres documents, photographie aérienne ou image satellite, auraient tout aussi bien pu convenir à ce travail. Les résultats dépendent largement de la précision de la carte qui sert à repérer le bâti. Les cartes ont été utilisées pour constituer une base de données spatialisées concernant les surfaces bâties (maisons, immeubles, entrepôts, usines, garages, cabanes du périurbain) et non bâties (espaces agricoles, espaces verts, jardins, forêts, rivières, fonds humides non agricoles, routes), à une échelle unique, le 1:50 000, pour permettre les comparaisons de ville à ville ou de date à date (tab. 2.1). Dans tous les cas, le 1:25 000 semblait plus pertinent : son degré de précision est bien supérieur. Si le 1:50 000 peut s'avérer suffisant pour obtenir une bonne représentation de la répartition du bâti en zone d'habitat peu dense, en revanche, les simplifications sont trop importantes pour les constructions denses des centres des grandes villes. Malheureusement, les cartes anciennes, nécessaires pour suivre l'évolution du bâti, n'existaient pas toujours au 1:25 000. On a donc du procéder de la manière suivante :

- recours à la carte au 1:25 000 chaque fois que cela a été possible (pour obtenir une meilleure précision), puis réduction au 1:50 000 (afin d'obtenir une échelle identique pour toutes les villes et toutes les dates) ;
- recours, par défaut, à la carte au 1:50 000, en particulier pour l'étude de Lons-le-Saunier aux périodes anciennes ;
- recours à des fonds cartographiques complémentaires plus précis, lorsque cela s'est avéré nécessaire (carte au 1:25 000 fournie par le Service du Plan de la Ville de Besançon par exemple).

Tableau 2.1: Les cartes utilisées pour le repérage du bâti

Besançon		1958	1973	1990
Montbéliard	1913	1954		1986
Lons-le-Saunier	1913	1947	1970	1985
Dole		1948	1962	1988
Poligny	1913	1947	1970	1985

La procédure de saisie du bâti a été la suivante :

- numérisation de la carte à 300 dpi pour disposer d'une information précise et comparable d'une carte à l'autre ;
- transfert du fond numérisé sous le logiciel CANVAS pour redessiner chaque bâtiment ;
- numérisation des cartes obtenues à 75 dpi et représentation au 1:50 000, résolution et échelle suffisantes pour la précision attendue des résultats des analyses fractales. Le pixel correspondant à la plus petite unité dessinée mesure 0,03 cm sur la carte, soit 15 m sur le terrain.

L'analyse radiale a consisté d'abord, grâce au logiciel énoncé plus haut, à compter le nombre de pixels occupés par le bâti dans un carré de plus en plus grand (cf. section 2.2.3). Le logiciel donne la possibilité de représenter sous EXCEL, le logarithme du nombre de pixels occupés (en ordonnée) en fonction du logarithme de la longueur des carrés étudiés (en abscisse). De l'allure de la courbe ainsi obtenue vont découler des informations relatives à la structure des tissus urbains.

### **2.3.4 L'analyse radiale : l'interprétation des résultats**

L'analyse radiale appliquée aux tissus urbains implique, comme toute autre méthode fractale, l'hypothèse qu'au-delà de l'aspect perceptible, irrégulier des morphologies urbaines, de leur désordre apparent, il existe une structure latente – en l'occurrence, une structure fractale – caractérisée par un ordre hiérarchique qui se reproduit à différentes échelles : autrement dit, un principe d'homothétie interne. Cette hypothèse est née de l'observation et, partant, d'une analogie entre plans de ville et représentation de certains objets fractals de surface, en particulier les tapis de Sierpinski (cf. section 2.1.2). De même, l'hétérogénéité de la répartition des éléments dans l'espace qui est une caractéristique des objets fractals correspond bien à la perception que l'on a des tissus urbains.

Lorsque la courbe représentant le logarithme du nombre de pixels occupés en fonction du logarithme de la longueur des carrés étudiés est une droite, alors la nature fractale du phénomène étudié est vérifiée. La pente de la droite est la dimension radiale  $D$ . Elle doit être considérée comme une mesure synthétique et globale de la répartition du bâti dans une agglomération que

nous utilisons, dans la suite du texte comme indicateur quantitatif, descripteur de la morphologie urbaine. Elle indique, plus précisément, à quelle mesure la part de la surface bâtie diminue en fonction de la distance au centre de comptage choisi. Les valeurs de la dimension fractale varient dans une fourchette de *zéro* à *deux*. Une valeur proche de *deux* caractérise un tissu pratiquement homogène tandis qu'une valeur faible montre une dilution rapide du bâti lorsqu'on s'éloigne du centre.

Les inflexions de la courbe correspondent à des changements dans l'organisation spatiale du bâti, donc dans la texture du tissu urbain :

- présence d'un espace non bâti,
- changements correspondant au passage d'un type de quartier à un autre,
- limite de l'extension du bâti d'une agglomération. Plus l'inflexion est prononcée, plus la ségrégation est accentuée entre deux parties de la ville. Les pentes de chaque tronçon isolé par deux inflexions, peuvent évidemment être comparées.

Grâce à l'analyse radiale, on peut donc réaliser une description plus riche que par les densités ou les observations directes sur le terrain. On dispose en effet de trois types d'information nouvelle :

- une mesure globale de la manière dont la ville se dilue dans ses environs ;
- des distances à partir du point de comptage initial auxquelles s'effectuent les principaux changements dans la morphologie du bâti, y compris le passage de la ville à la campagne ;
- une indication sur la manière plus ou moins brutale dont s'effectuent ces changements.

Par delà la stricte interprétation des courbes et des dimensions radiales à laquelle on s'est limité ici, il semble possible de considérer cette méthode comme un moyen efficace de classer les tissus urbains et de cartographier, de façon moins empirique qu'on ne le fait généralement, les limites entre différents types de bâti. Des études complémentaires seront alors nécessaires afin de mettre en évidence la pertinence des analyses fractales en cartographie.

Les analyses radiales réalisées ont montré que cette méthode donne dans tous les cas, des résultats compatibles avec les observations, même pour cet ensemble hétérogène de villes qui appartiennent aux niveaux moyens et inférieurs de la hiérarchie urbaine.

- Pour toutes les villes, les inflexions correspondent bien au passage d'un type de quartier à un autre, ou plus généralement, d'un type de texture à un autre : du centre ancien aux quartiers périphériques, d'un habitat pavillonnaire peu dense à une zone industrielle. Elles sont un bon indicateur de l'apparition d'une lacune dans le tissu urbain (le Doubs qui sépare le centre de Besançon des quartiers environnants par exemple). Elles montrent toujours nettement la limite d'une agglomération.
- Ces inflexions correspondent à des distances précises à partir du point de comptage initial, qui peuvent être comparées les unes aux autres. A Montbéliard par exemple, le noyau ancien, dense, est peu étendu ; l'inflexion y apparaît même plus rapidement qu'à Lons-le-Saunier où certaines communes périphériques, telles Montmorot, forment désormais avec le centre un ensemble continu doté de la même organisation.
- Cette dernière remarque montre un troisième type d'utilisation possible des résultats d'une analyse radiale : une description, dynamique en quelque sorte, du processus de formation et d'évolution des morphologies urbaines. Revenons sur le cas de Lons-le-Saunier. On vient de voir comment un ancien village s'est fondu dans le bâti du centre ancien (absence d'inflexion notable de la courbe) ; à l'opposé, le segment de la courbe correspondant à la zone d'habitat pavillonnaire au Nord de la ville présente une rupture nette : ce quartier s'est développé selon un processus indépendant de celui du centre-ville. Les comparaisons de courbes à des dates différentes peuvent s'avérer d'un grand intérêt pour ce type d'étude.

L'analyse radiale décrit la dilution du bâti au voisinage d'un lieu de référence librement choisi par l'utilisateur ; ce point sur la carte est le centre du comptage des éléments bâtis. Pour une même agglomération, plusieurs mesures peuvent donc être calculées à partir de plusieurs points différents. Plusieurs "images" de la morphologie d'une même agglomération peuvent donc être données, selon le lieu d'observation où l'on se place. Deux points de vue ont été successivement adoptés :

- Celui qui correspond au modèle, classique en géographie urbaine, de croissance des villes en auréoles concentriques à partir d'un centre an-

rien ; ce modèle décrit une surface occupée de plus en plus grande, de plus en plus récente et de moins en moins densément bâtie, au fur et à mesure que l'on se dirige du centre vers la périphérie. Le point de départ du comptage de l'analyse radiale qui correspond à cette approche est nécessairement localisé au centre de la ville.

- Celui qui prend comme départ du comptage un point situé en périphérie. On obtient une image différente de la ville. On peut la rapprocher de la vision autocentrée étudiée dans les représentations mentales [Tho83]. Dans un travail ultérieur, il serait intéressant de comparer les résultats de cette approche descriptive, à la fois perceptive et mentale de la ville, avec les analyses radiales qui fournissent une manière de voir la ville a priori comparable.

### 2.3.5 L'analyse radiale : la discussion des résultats obtenus

#### 2.3.5.1 La ville vue du centre

Le point de départ du comptage des points bâtis est localisé en centre ville. La linéarité générale des courbes révèle un comportement fractal du tissu urbain, une homothétie interne, avec une dilution régulière et constante du bâti à partir du point initial de comptage ; la même organisation se répète du centre vers la périphérie, sur une surface de plus en plus étendue : les espaces vides sont nettement hiérarchisés, augmentant en nombre et en surface du centre vers la périphérie. Les valeurs élevées des dimensions fractales traduisent la forte densité du bâti. Les courbes présentent au moins deux parties distinctes :

- l'une régulière, très linéaire, correspondant souvent mais pas toujours, au rayon du noyau urbain historique, antérieur au 19<sup>ème</sup> siècle ; la première inflexion de la courbe sépare en fait le noyau ancien des quartiers périphériques. A Besançon comme à Montbéliard, elle s'explique par la rivière alors qu'à Lons-le-Saunier, elle est le signe d'un changement dans la texture du bâti.
- l'autre moins régulière, caractérise les quartiers périphériques; les inflexions y sont nombreuses, montrant une hétérogénéité plus grande de la périphérie par rapport au centre. C'est un phénomène bien connu :



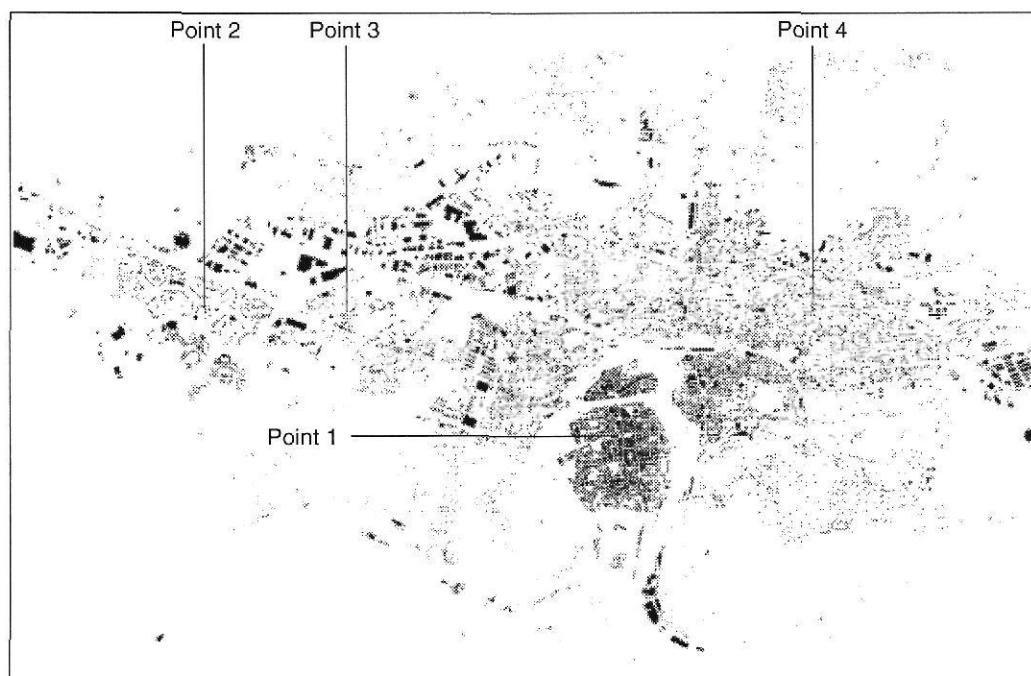
les différents types de processus d'urbanisation s'y traduisent par des morphologies différentes.

Au-delà de ces traits communs, les courbes et les valeurs de dimension radiale présentent pour chaque agglomération des caractéristiques spécifiques qui sont données ci-après.

Dans les cartes des tissus bâtis les points de comptage, situés au centre des noyaux urbains sont indiqués comme "point 1".

• BESANÇON

Plusieurs analyses réalisées à partir du centre-ville font apparaître les mêmes résultats. La dimension radiale est élevée ( $D = 1,82$ ), révélant un bâti dense. La linéarité de la courbe montre que ce bâti se dilue régulièrement à partir



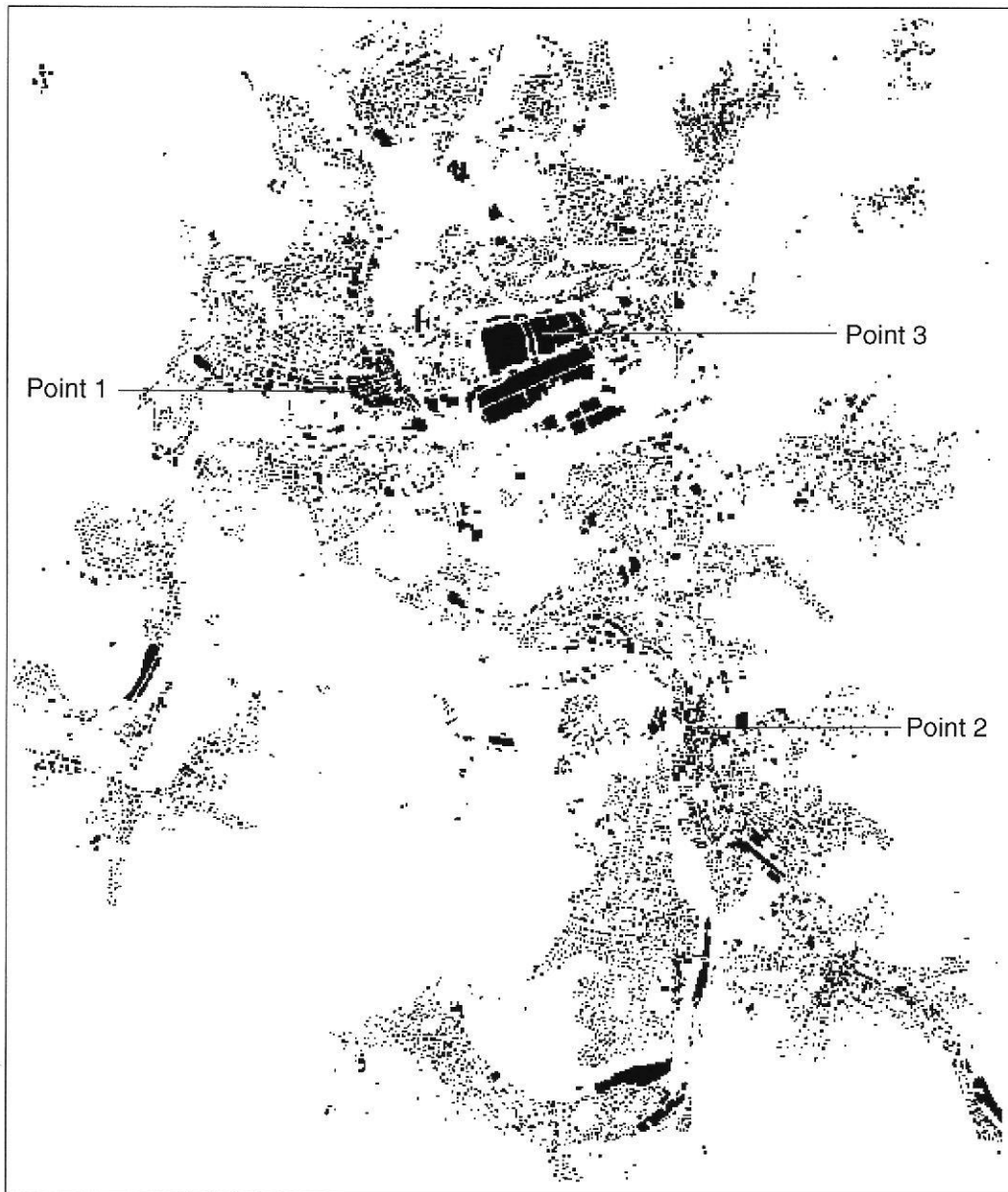
**Fig. 2.13** *Le tissu bâti de Besançon. Les centres de comptage sont indiqués (cf. texte).*

du point de comptage. Cela correspond à une organisation hiérarchisée : les mêmes structures se reproduisent à différentes échelles ; les espaces vides augmentent en nombre et en surface dans des proportions identiques, au fur et à mesure qu'on s'éloigne du centre.

Le poids de la concentration dans le noyau est si fort qu'en changeant la localisation du point initial de comptage (tout en restant toujours au centre-ville), les résultats ne sont pas influencés. Contrairement à ce que l'on pouvait attendre dans une agglomération au site si contraignant, l'organisation fractale apparaît très nettement. Si la coupure du Doubs dans le bâti y est visible, elle ne constitue pas un élément de segmentation véritable puisque, de part et d'autre, la courbe présente la même allure régulière. On peut faire la même remarque pour les autres lacunes du tissu urbain : Citadelle, Gare d'eau, glacis. Les changements notables correspondent, soit à des secteurs plus densément construits (Chaprais, Canot), soit à des quartiers industriels (Trépillot). Mais dans l'ensemble, le noyau urbain ancien agit comme seul foyer de dilution et d'auto-organisation du bâti.

#### • MONTBÉLIARD

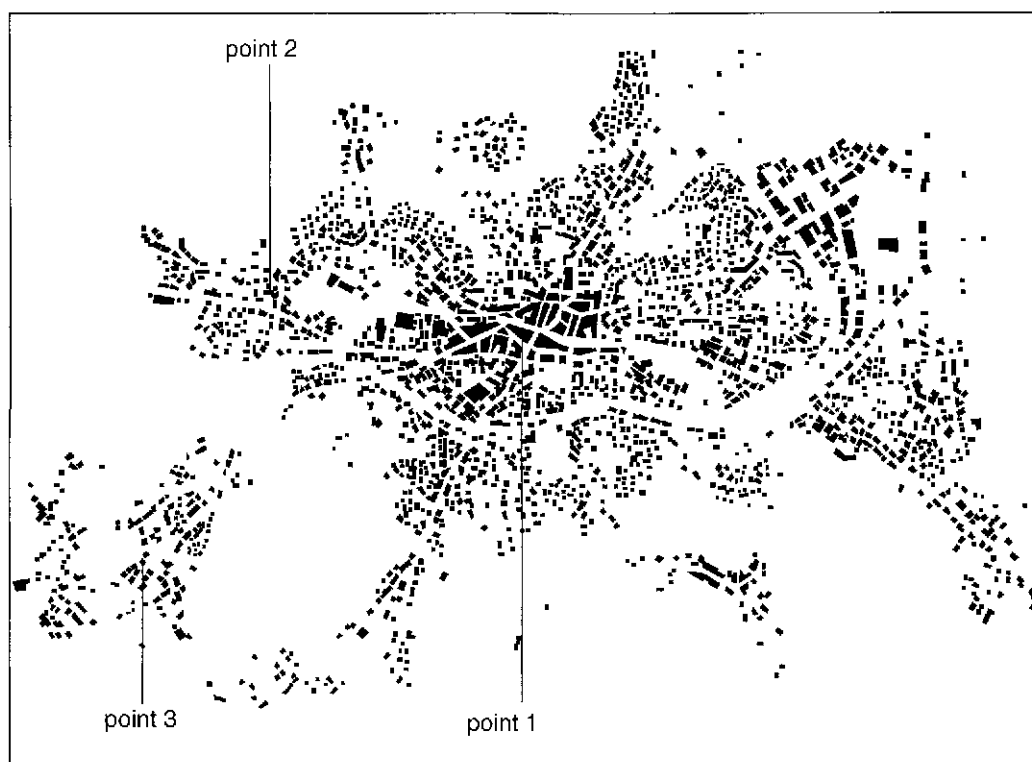
L'analyse donne une forte valeur de dimension radiale ( $D = 1,83$ ). Deux morphologies urbaines apparemment aussi différentes que celles de Besançon et de Montbéliard sont donc mesurées par la même valeur. La dimension radiale n'est donc pas une mesure simple de la plus ou moins grande concentration visible du bâti, mais une mesure de l'ordre hiérarchique qui caractérise la dilution de ce bâti, à partir d'un centre densément occupé. Montbéliard présente une courbe moins régulière que Besançon. Si la dilution radiale du bâti est vérifiée dans le noyau ancien, au-delà, les inflexions sont nombreuses, relativement marquées, très répétitives, assez semblables les unes aux autres. Elles s'expliquent en partie par la spécificité de l'agglomération : aucun noyau véritable n'y a joué le rôle de foyer de dilution. Celle-ci s'est effectuée aussi bien à partir du centre ancien qu'à partir des villages industriels qui se sont organisés indépendamment de ce centre. Malgré la densification de l'ensemble, ils ont conservé une part notable de leur spécificité. Les phénomènes d'auto-organisation y sont moins nets qu'à Besançon. L'emprise de la firme Peugeot est bien visible, mais sa masse perturbe finalement assez peu l'organisation fractale du tissu urbain : les bâtiments occupent une surface importante, mais les vides aussi, en proportion à peu près identique à celle des autres quartiers. Là encore, on voit que l'analyse radiale s'écarte d'une description du bâti qui ne se fonderait que sur son aspect visible.



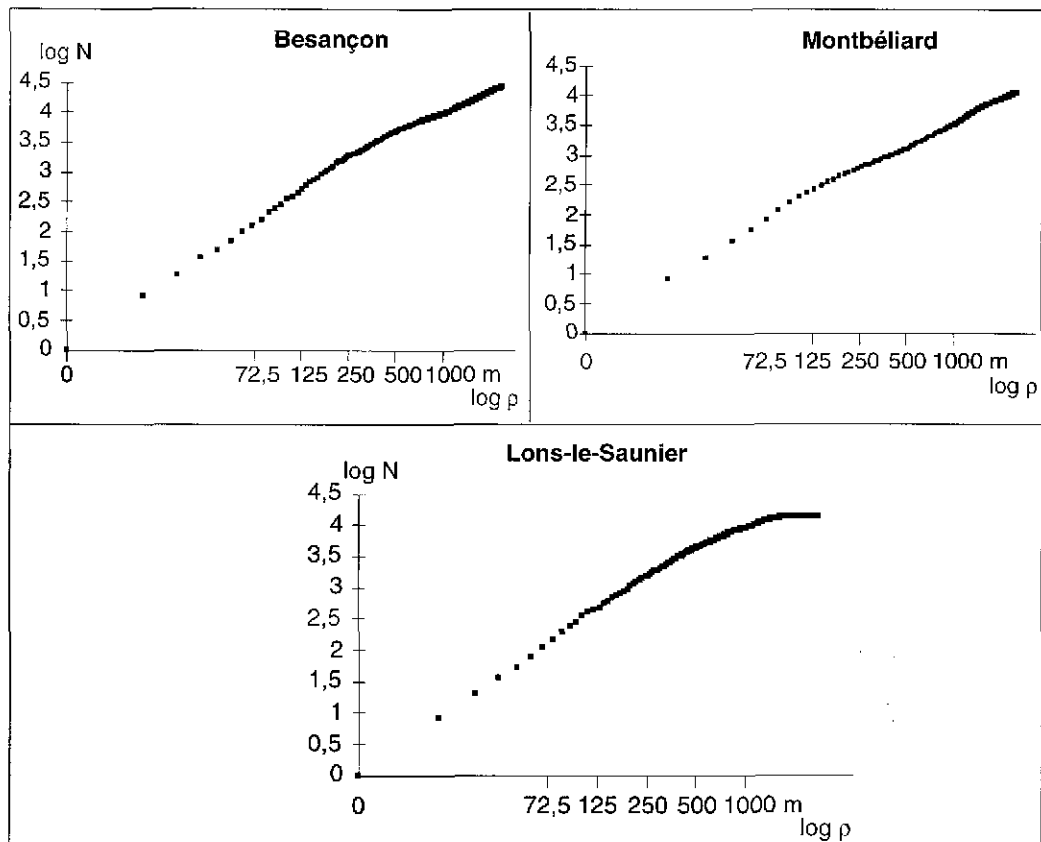
**Fig. 2.14** *Le tissu bâti de Montbéliard. Les centres de comptage sont indiqués (cf. texte).*

• LONS-LE-SAUNIER

La dimension radiale mesurée à partir de deux points de comptage localisés en centre-ville est de 1,82, donc tout à fait comparable à celle des deux agglomérations précédentes. Les deux courbes révèlent de la même manière une grande régularité dans la dilution du bâti : organisation hiérarchique au sein de laquelle on retrouve la même structure aux différentes échelles. Les quelques inflexions sont peu marquées et correspondent à des perturbations locales qui ne confèrent pas de spécificité propre à tel ou tel quartier. Comme à Besançon, le centre ancien a joué le rôle de foyer de diffusion de l'urbanisation dans l'espace. Les phénomènes d'auto-organisation y sont importants. On note cependant une inflexion marquée qui correspond, non à un blocage dans la croissance de la ville, mais à une variation dans la dilution de ce bâti : les immeubles sont plus petits, le tissu urbain plus lâche, les espaces vides plus nombreux. Il y a donc une ségrégation entre deux modes d'utilisation du sol différents.



**Fig. 2.15** *Le tissu bâti de Lons-le-Saunier. Les centres de comptage sont indiqués (cf. texte).*



**Fig. 2.16** *Les analyses radiales des centre-villes de Besançon, de Montbéliard et de Lons-le-Saunier.*

• DOLE

Des études plus récentes ont montré que cette petite agglomération présente une structure de son bâti comparable à celle des agglomérations plus grandes : l'allure régulière de la courbe montre que le bâti se dilue progressivement à partir du noyau central, même si cette dilution est perturbée par la présence de nombreux vides (le Doubs et les infrastructures ferroviaires). Des études menées sur des villages situés à proximité de Dole (Champvans et Sampans, par exemple) ont révélé que de petits ensembles bâtis pouvaient également présenter une organisation régulière du bâti, malgré une surface urbanisée restreinte. Les courbes sont en effet régulières, comparable à celle obtenue pour le centre de Dole. Inversement certains quartiers périphériques dolois (la

Z.U.P), de masse bâtie pourtant supérieure à celle des villages périurbains, se caractérisent par une dilution moins régulière du bâti. Soumis à l'influence du noyau ancien, qui joue un rôle de centre de diffusion, ces quartiers n'ont pas suffisamment "d'autonomie" pour s'organiser selon leurs propres principes en sous-structures urbaines.

- POLIGNY

Poligny présente une organisation du bâti analogue à celui des villes précédentes. Toutefois, au-delà du noyau médiéval fortement organisé, la structure est moins régulière : vides urbains à l'est, passage d'un type de quartier à un autre à l'ouest. Malgré l'extension réduite de l'agglomération, le noyau ancien n'est pas assez important pour organiser la totalité de l'espace.

### 2.3.5.2 La ville vue de la périphérie

Dans l'ensemble, les résultats permettent d'affirmer que :

- Les dimensions radiales mesurées sont inférieures à ce que l'on observe en centre-ville.
- La dilution du bâti y est moins régulière que dans les centres- villes. Le comportement scalant s'exerce sur une surface plus restreinte, jusqu'à la limite d'un quartier contigu, différent par son bâti, ou encore jusqu'à un espace non bâti de taille importante. Chaque perturbation, changement dans l'organisation du bâti, lacune dans l'urbanisation, semble s'y répercuter avec plus d'ampleur. Ces quartiers périphériques ne jouent donc guère le rôle de centre de symétrie suffisamment puissant pour en diminuer l'importance et permettre l'émergence d'une structure hiérarchique unique.
- les courbes sont beaucoup plus dissemblables entre elles. Pour une même ville, les inflexions ne se situent pas aux mêmes distances du centre de comptage, les pentes diffèrent. A l'inverse de ce que l'on a constaté pour les centres-villes, il n'existe pas un type d'organisation spécifique des quartiers périphériques. Ce constat est peut-être la caractéristique d'un comportement multifractal. Des études ultérieures restent à faire pour le démontrer.

Il convient en fait de distinguer deux groupes de quartiers :

- Les quartiers périphériques proprement dits, sont assez peu différents des centres-villes desquels ils sont proches. Ils ont grandi par diffusion

en tache d'huile du processus d'urbanisation. Quoique bien intégrés à ces centres, ils s'en distinguent cependant par une pente plus faible.

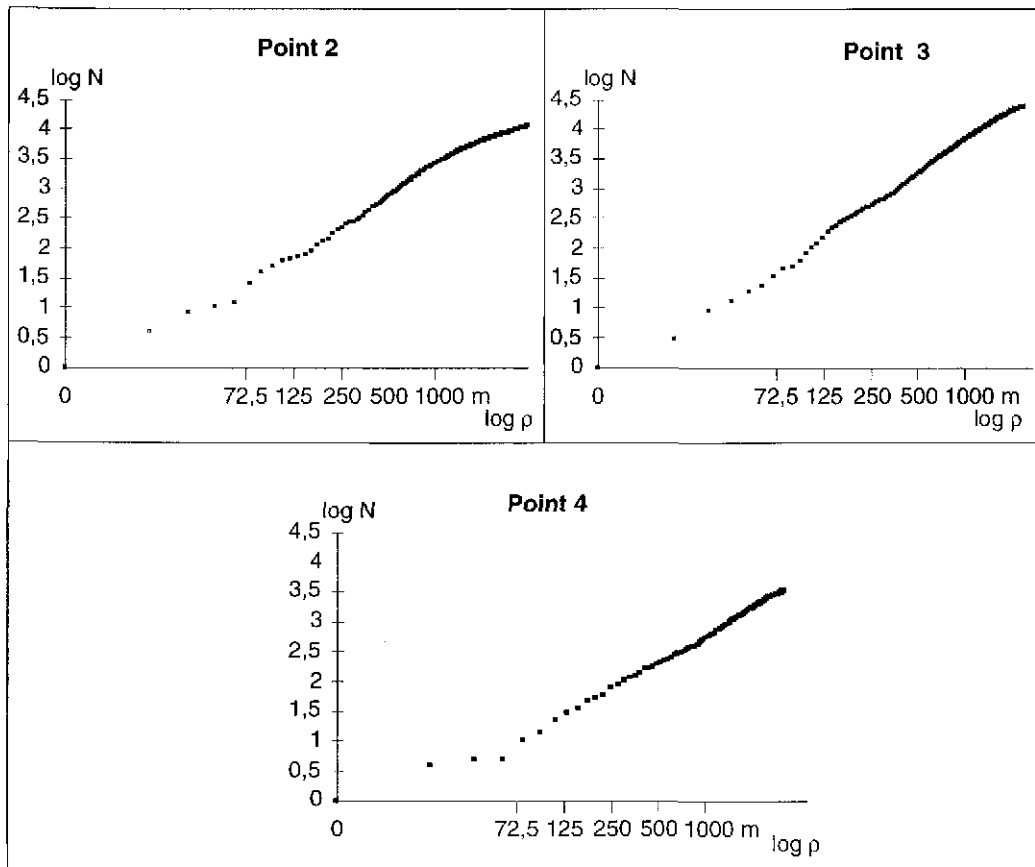
- La diversité de la dilution du bâti est maximum dans les zones péri-urbaines. Chaque ancien village joue, à son échelle, le rôle d'un foyer à partir duquel se constituent des sous-structures où le même principe d'organisation se répète.

- BESANÇON

Cinq analyses ont été conduites à partir de différents quartiers de la périphérie. Elles ont montré que chaque quartier avec son organisation spécifique du bâti, joue le rôle d'un petit foyer de dilution et que la même organisation se répète sur une certaine distance. Une masse de bâti dans un quartier suffit à l'émergence de principes d'organisation du bâti. Des différences notables sont apparues entre Les Chaprais (intégré au centre), la Viotte, Palente (point 4), Rosemont (point 3) (foyer de dilution secondaire), Planoise (point 2) (ZUP caractérisée par une dimension radiale élevée -  $d = 1,95$  - où l'alternance de grands immeubles et de vastes espaces verts se traduit sur la courbe par une succession de paliers). Toutes les courbes montrent parfaitement le site tourmenté de l'agglomération, avec ses nombreux secteurs de vide qui isolent certains quartiers ; ce n'est qu'une fois ces vides franchis les courbes sont régulières, révélant le comportement scalant de l'ensemble.

- MONTBÉLIARD

La courbe centrée sur Audincourt (point 2) ressemble à celle du centre de Montbéliard avec toutefois davantage de secteurs d'inflexion. Ce profil correspond à l'alternance de zones construites et d'espaces vides dans les quartiers périphériques. Malgré ces variations locales, la courbe conserve la même allure jusqu'à la limite du centre d'essai des usines Peugeot (à l'ouest) et jusqu'aux vides relatifs de l'est (plateaux). En dépit d'une morphologie apparente anarchique, Audincourt se structure selon une logique interne de hiérarchisation fractale ; la ville se comporte comme un foyer de dilution du bâti. Une intéressante analyse a été centrée sur les usines Peugeot (point 3). La courbe qui en résulte, très différente de celle d'Audincourt, est très régulière, sans secteurs d'inflexion marqués ; elle se rapproche donc beaucoup plus de celle des centres-villes que de celle des quartiers périphériques. On peut en conclure que, par son importante masse bâtie, les usines Peugeot jouent le rôle d'un foyer de dilution du bâti : elles influencent l'organisation des quartiers périphériques, au point de gommer les inflexions qui sont d'ordi-



**Fig. 2.17** Les analyses radiales de Planoise (point 2), Rosemont (point 3) et Palente (point 4).

naire caractéristiques d'une agglomération polynucléaire où alternent centres d'urbanisation et zones vides. La fonction industrielle a joué ici un rôle dominant pour la diffusion spatiale de l'urbanisation, au même titre, pourrait-on dire, qu'un centre-ville. Simplement la dimension fractale y est plus faible ( $D = 1,69$ ).



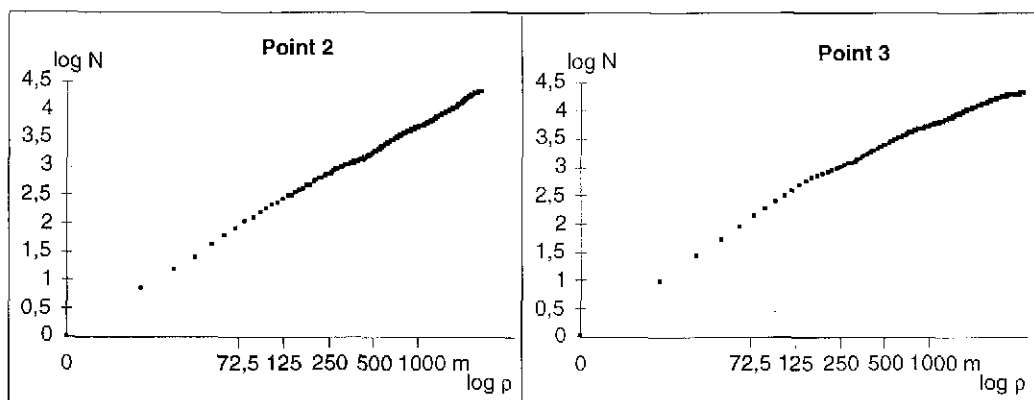


Fig. 2.18 Les analyses radiales d'Audincourt (centre) (point 2) et de Peugeot (point 3).

• LONS-LE-SAUNIER

Les études réalisées à partir de points de comptage en périphérie donnent une dimension radiale plus basse (autour de 1,6). Le tissu est moins compact que dans le centre-ville. Les inflexions sont peu marquées pour Montmorot

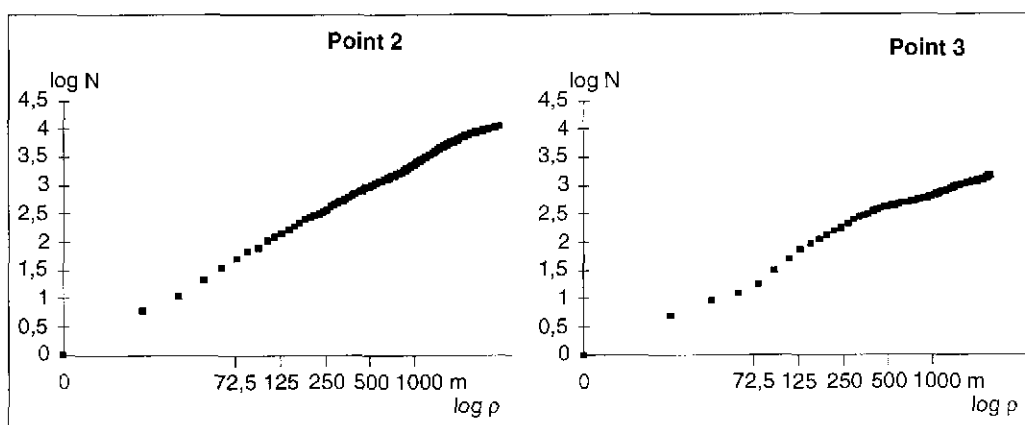


Fig. 2.19 Les analyses radiales de Montmorot (point 2) et de Messia (point 3).

(point 2) comme pour Pèrrigny, bien intégrés à la structure d'ensemble. En revanche, les points de comptage pris au Nord de Lons-le-Saunier, dans un secteur peu bâti montrent des courbes plus irrégulières. Au-delà la pente est plus forte au fur et à mesure qu'on se dirige vers le centre de Lons-le-Saunier. Il y a donc une ségrégation nette entre deux types de bâti. A Messia (point 3), la structure est différente et la fractalité peu marquée. La densité du tissu urbain est faible et la dilution du bâti suit mal la régularité fractale ( $D = 1,47$ ). Le bâti hétérogène est constitué de petits immeubles d'habitation et de maisons individuelles, de grands bâtiments et d'une zone d'activité.

*Evolution de la croissance du tissu urbain de Lons-le-Saunier (1913- 1985):*

La courbe de 1913 présente une organisation fractale du bâti. Sa dilution est régulière, du centre ancien vers la périphérie. La dimension radiale ( $D = 1,7$ ) montre que la masse du bâti est moins importante qu'en 1985. La courbe montre aussi plus d'irrégularité. Les ruptures visibles signifient que le bâti est fractionné par des espaces vides et/ou que le tissu urbain est constitué de deux types de bâti : le vieux centre, compact composé d'immeubles, et les anciens faubourgs, plus lâches, constitués de constructions plus petites. La deuxième rupture marque très vite la limite de la ville.

La courbe de 1947 montre la même structure d'ensemble. Cependant, la valeur de la dimension radiale, légèrement plus forte (1,79) reflète une relative densification des constructions. La rupture entre le vieux centre et la périphérie est beaucoup plus accentuée car l'extension de la ville s'est caractérisée par la construction de petites maisons en ordre lâche, contrastant fortement avec le vieux centre compact. Par rapport à 1913, le rayon de ségrégation entre le centre-ville et la périphérie s'est déplacé vers l'extérieur, montrant le renforcement du rôle de ce centre comme foyer de dilution.

Une troisième zone apparaît, moins structurée, plus anarchique. La courbe de 1970 comporte moins d'inflexions que celle de 1947. La ségrégation entre le centre ancien et la périphérie tend à s'estomper. La croissance, importante entre 1947 et 1970, se traduit par une pente assez forte correspondant à la densification du bâti, mais les contraintes naturelles empêchent le tissu urbain de se développer de manière totalement hiérarchisée. L'urbanisation atteint les marges administratives de la commune.

Entre 1970 et 1985, la ségrégation entre le vieux centre et la périphérie a presque entièrement disparu. Il existe une certaine continuité entre le centre

principal et les communes périphériques : le rôle du centre ancien comme foyer de dilution du bâti s'est finalement renforcé sur toute la période.

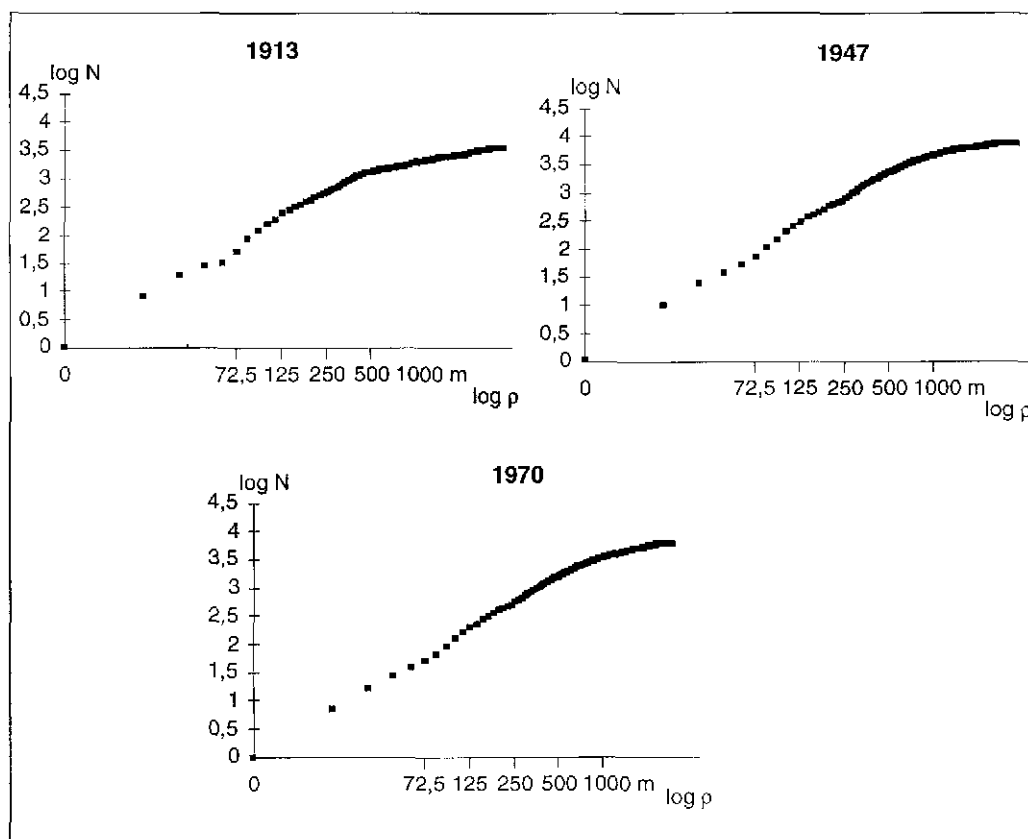


Fig. 2.20 Les analyses radiales de Lons (centre) en 1913, 1947 et 1970.

### 2.3.6 Premier bilan des analyses radiales

Les études entreprises ont permis de confirmer qu'en dépit de son aspect irrégulier d'une part et de la diversité des situations observées pour les différentes agglomérations d'autre part, le bâti suit bien un principe d'organisation fractale. Celle-ci se traduit par :

- une hiérarchie du tissu urbain caractérisant la répartition des vides et des pleins ;

- une fragmentation du tissu urbain de plus en plus importante au fur et à mesure qu'on s'éloigne du centre ancien ;
- un allongement surproportionnel de la bordure des agglomérations.

L'analyse radiale, tant par la mesure de la dimension  $d$  que par l'analyse des inflexions de la courbe donne une information globale sur le bâti. Elle est utile pour :

- comparer plusieurs agglomérations ou des agglomérations à des dates différentes ;
- identifier les différents types de bâti d'une ou de plusieurs agglomérations et aider à la réalisation de partitions dans une même agglomération ;
- montrer le rôle plus ou moins accentué des centres anciens comme foyers de dilution du bâti dans l'espace.

Les inflexions observées sur les courbes peuvent avoir deux significations que seule la connaissance du terrain ou le retour à la carte permet de distinguer : présence d'espaces vides ou ségrégation entre deux types de bâti.

## 2.4 L'analyse du comportement scalant - un enrichissement méthodologique

### 2.4.1 Un autre mode de représentation

#### 2.4.1.1 Un paramètre informatif – la pente locale

La plus grande partie des analyses a été effectuée en utilisant l'analyse radiale. La représentation bi-logarithmique utilisée a l'avantage de faire ressortir les parties d'une courbe où l'on observe un comportement scalant constant, c'est-à-dire les sections droites. Cependant, si l'on cherche à comparer le comportement scalant à différentes distances du centre, la distortion propre à ce type de représentation peut être contraignante :

- on tend à surestimer des déviations locales du comportement scalant dans le voisinage immédiat du centre de comptage, déviations qui ne sont pas nécessairement représentatives de l'ensemble de la courbe ;
- aux distances assez éloignées du centre de comptage, les déviations sont atténuées, de plus, la densité très élevée de points ne permet pas de bien apprécier l'allure de la courbe.

Il serait donc souhaitable de disposer d'une méthode qui permette d'analyser le comportement de la pente de la même façon à n'importe quelle distance du centre.

Afin d'obtenir une telle information, nous avons déterminé *pour chaque distance*  $\rho_i = i$  *la valeur locale de la pente*  $\alpha_i$  :

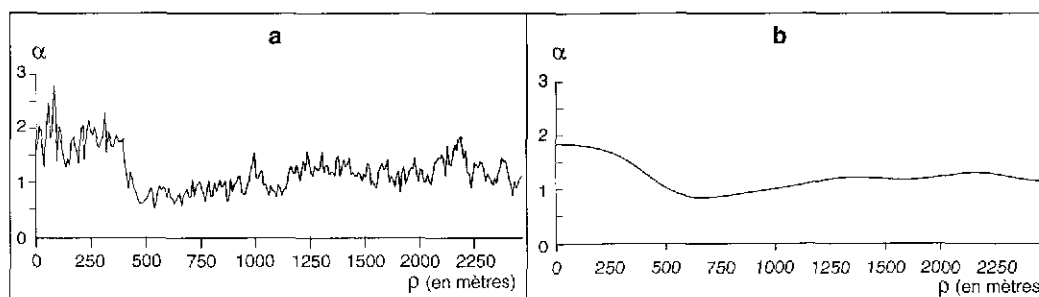
$$\alpha_i \equiv \frac{\log N_i - \log N_{i-1}}{\log \rho_i - \log \rho_{i-1}} \quad (2.28)$$

où  $\log N_i(\rho)$  sont les valeurs observées, c'est-à-dire les logarithmes des nombres de points occupés à la distance  $\rho_i$ . La séquence des valeurs  $\alpha_i$  a été représentée en fonction de l'indice de distance  $i$ , de sorte que l'information donnée par le paramètre  $\alpha_i$  soit comparable à chaque distance du centre.

*Nous appelons désormais courbe du comportement scalant la représentation de la séquence des valeurs  $\alpha_i$  en fonction de la distance au centre  $\rho_i = i$ .*

La fig. 2.21 montre cette courbe pour le point de comptage situé au centre du noyau urbain de Besançon dont l'analyse radiale est représentée dans la

fig. 2.11 . On observe des fluctuations des valeurs locales  $\alpha_i$ . Afin d'évaluer l'importance réelle de ces fluctuations, nous avons déterminé ces valeurs pour une fractale construite, le tapis de Sierpinski de la fig. 2.3, qui nous a ainsi servi de tissu référentiel. La fig. 2.22b en montre le résultat.



**Fig. 2.21** *L'analyse du comportement scalant*

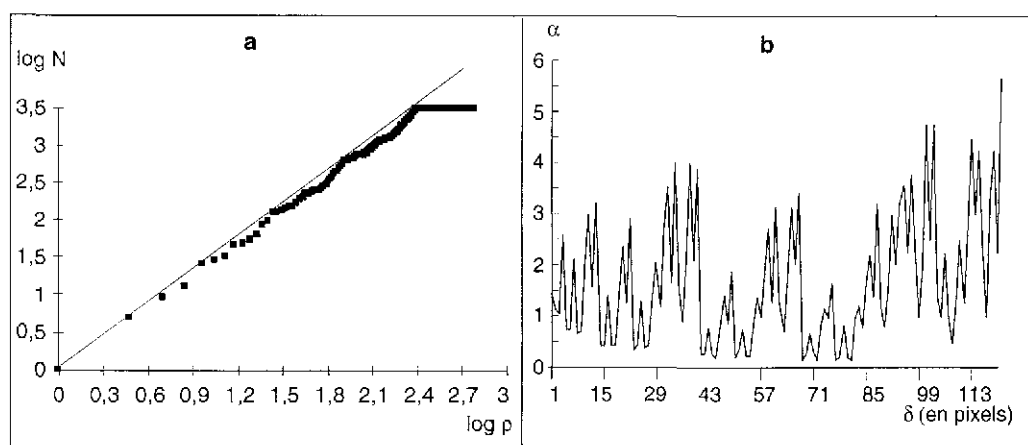
(a) *La séquence des valeurs de pente  $\alpha_i$ , ou courbe du comportement scalant pour l'analyse radiale du centre de Besançon, représentée dans la fig. 2.11. On observe des fluctuations autour d'un comportement dominant qui montre, lui, une variation douce de la pente.*

(b) *Afin de faire ressortir ce changement lent qui traduit lui, la variation majeure du comportement scalant, la courbe a été soumise à un lissage gaussien (cf. texte).*

Pour une fractale théorique la dimension fractale ne varie pas ce qui implique que la valeur de la pente  $\alpha_i$  soit constante. Contrairement à cette hypothèse on observe des variations très accentuées qui dépassent largement celles de la courbe empirique de la fig. 2.21. Ces déviations apparaissent d'ailleurs également dans la courbe de l'analyse radiale de cet objet (fig. 2.22a). Afin de comprendre ces déviations il faut être conscient que l'implantation du tapis de Sierpinski ayant servi de base pour l'analyse radiale, n'est pas une fractale idéale : il est impossible de poursuivre l'itération jusqu'à l'infini, elle s'arrête à une certaine étape. Ainsi la loi fractale n'est valable qu'aux distances au centre qui sont des multiples de trois de la longueur du carré, propre à cette étape, conformément à la logique multiplicative de l'itération. L'analyse radiale ne respecte pas cette logique multiplicative, elle fait donc apparaître les déviations de la loi fractale qui existent aux distances intermédiaires non déterminées par le facteur multiplicatif : on observe dans la fig. 2.22a que la courbe empirique n'atteint les valeurs théoriques qu'aux distances qui sont en concordance avec la logique de l'application itérée.

Pour une texture empirique, telle que la représente un tissu urbain, les déviations traduisent la limite inférieure où l'on observe un comportement scalant. Dans une structure numérisée, cette limite est d'une part déterminée par la résolution utilisée lors du scannage, donc par la taille réelle d'un pixel <sup>13</sup>. D'autre part il existe dans un tissu bâti une limite induite par la structure même : la taille des bâtiments constitue la "limite naturelle" du comportement scalant, comme la taille du carré de la dernière étape d'itération définit la limite inférieure dans le tapis de Sierpinski <sup>14</sup>.

Des analyses comparatives ont montré que, dans la plupart des cas, les fluctuations sont moins accentuées dans les tissus urbains que dans le tapis de Sierpinski. Cette observation s'explique par la présence de perturbations aléatoires dans les tissus urbains qui tendent à atténuer les déviations et contribuent ainsi à un "lissage" relatif de la courbe.



**Fig. 2.22** L'analyse radiale du tapis de Sierpinski. Dans la figure (a) la courbe de l'analyse radiale est confrontée à la droite dont la pente correspond à la dimension fractale théorique de cet objet. On remarque une déviation importante de la courbe empirique qui se manifeste dans la courbe du comportement scalant, représentée dans la figure (b), par la présence de fortes fluctuations (cf. texte).

<sup>13</sup>Dans une carte au 1:25 000, numérisée au moyen d'une résolution de 75 dpi, un pixel correspond par exemple sur le terrain à un carré dont la longueur est environ 8 m. Tous détails inférieurs à cette taille ne sont pas pris en compte.

<sup>14</sup>Cette observation rappelle la remarque concernant l'influence de la taille des bâtiments sur l'aspect des courbes : par exemple l'apparition de paliers dans la courbe de Planoise.

### 2.4.1.2 Une loi fractale généralisée

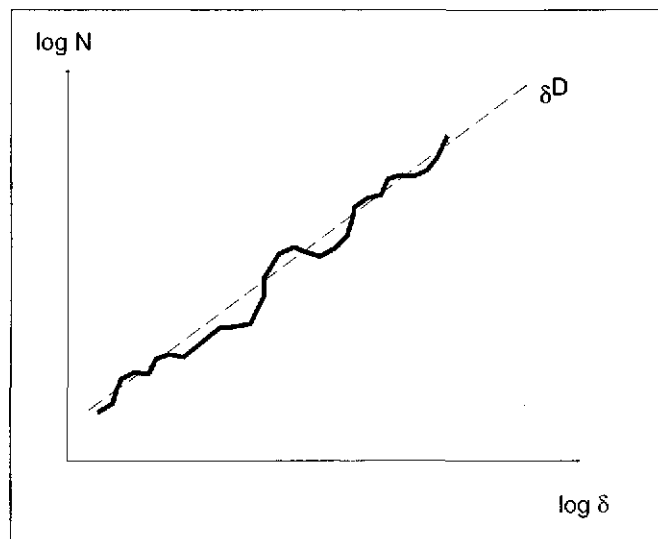
La présence de déviations aléatoires du comportement scalant dominant est un phénomène également connu dans d'autres domaines d'application de l'approche fractale [Gou92] (cf. fig. 2.23). Cette observation a incité à proposer une *loi fractale généralisée* :

$$N(\rho) = a(\rho) \cdot \rho^D \quad (2.29)$$

Par une transformation logarithmique de la relation (2.29) on obtient :

$$\log N(\rho) = \log a(\rho) + D \cdot \log \rho \quad (2.30)$$

Dans la formule (2.29) on introduit donc un préfacteur  $a(\rho)$  qui est censé varier en fonction de la distance  $\rho$ , mais dont la portée reste limitée de telle sorte qu'il ne provoque que des perturbations locales dans le comportement fractal. Celui-ci est toujours décrit par la progression linéaire, donc par le second terme de la relation (2.30), dont le paramètre caractéristique reste la dimension  $D$ .



**Fig. 2.23** Exemple d'une courbe qui fluctue autour d'une droite qui exprime, elle, une loi fractale  $N(\rho) = \rho^D$ , (extrait de Gouyel [Gou92]).

L'influence limitée de  $a(\rho)$  apparaît notamment à travers la dépendance fonctionnelle qu'on attribue à ce paramètre. On propose un développement poly-



nomial sous la forme [Gou92]<sup>15</sup> :

$$a(\rho) = a_0 + a_1\rho^{-\zeta} + \dots$$

Pour de grandes valeurs de  $\rho$  cette fonction tend vers la constante  $a_0$ . Or, dans notre cas la fonction  $N(\rho)$  est normée de façon à ce que  $a_0 = 0$ , la fonction  $a(\rho)$  décrit donc en effet des déviations dont la portée reste limitée à un voisinage proche de chaque point.

## 2.4.2 La signification des valeurs de pente

### 2.4.2.1 Les valeurs de pente supérieures à deux

Aussi bien dans les courbes de l'analyse radiale du tapis de Sierpinski que dans les courbes empiriques on observe que les valeurs  $\alpha_i$  dépassent souvent deux. Ce type de phénomène a été signalé par d'autres auteurs, notamment R.White<sup>16</sup>. Peut-on en déduire que la dimension fractale est alors supérieure à deux? Ceci paraît impossible, puisque la dimension d'une surface plane, complètement occupée, ne peut dépasser la dimension deux.

Afin de mieux comprendre ce phénomène, nous avons analysé plusieurs *textures construites* dont le comportement fractal est connu. La fig. 2.24a montre un de ces objets géométriques, constitué d'un tapis de Sierpinski qui est entouré d'une zone complètement occupée. Ainsi, pour la zone intérieure, la courbe radiale devrait être identique à celle représentée dans la fig. 2.22, en revanche dans la zone noire la dimension devrait être deux. La fig. 2.24b montre les courbes empiriques. On distingue, en effet, facilement la rupture dans le comportement scalant sur les deux courbes à une certaine distance du centre. *Cependant, on observe qu'immédiatement au-delà de cette distance critique, le paramètre  $\alpha_i$  atteint des valeurs très élevés ( $\alpha_i = 17$  !)* qui retombent ensuite progressivement, mais s'approchent seulement asymptotiquement de la valeur deux.

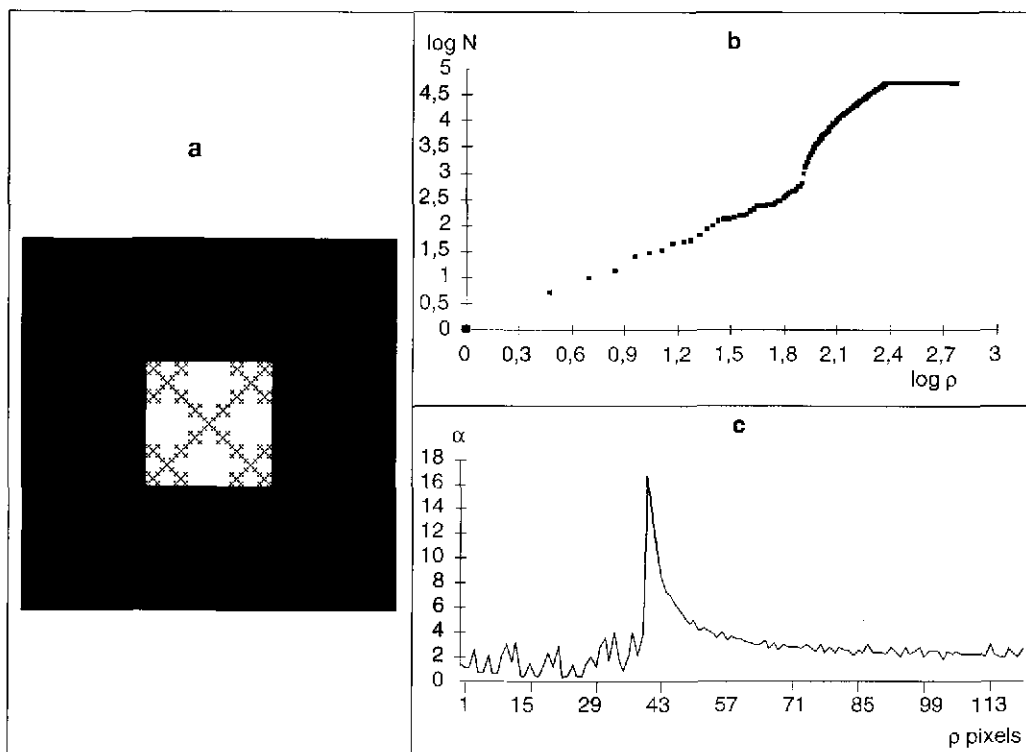
Afin de trouver l'explication de ce phénomène nous essayons de déduire une relation qui permette d'interpréter la signification du paramètre  $\alpha_i$  et d'évaluer la fourchette dans laquelle il peut varier dans le cas où le comportement scalant change brusquement, comme dans la fig. 2.24. Dans ce contexte,

<sup>15</sup>L'ensemble des termes dans la fonction  $a(\rho)$  qui dépendent de  $\rho$  est désigné comme "correction à la loi d'échelle". [Gou92]

<sup>16</sup>communication personnelle.

il paraît plus commode d'interpréter les paramètres en question comme des variables continues ce qui permet de recourir à un calcul différentiel :

$$\begin{array}{lcl}
 \rho_i & \longrightarrow & \rho \\
 N(\rho_i) & \longrightarrow & N(\rho) \\
 \alpha_i & \longrightarrow & \alpha
 \end{array}
 \tag{2.31}$$



**Fig. 2.24** La figure (a) montre une texture construite, qui est composée du tapis de Sierpinski, entouré d'une zone noire. L'analyse radiale et l'analyse du comportement scalant sont représentées dans la figure (b) et (c) (cf. texte).

Ce passage paraît simple pour les variables  $\rho$  et  $N(\rho)$ . Pour le paramètre  $\alpha_i$ , il est nécessaire de recourir à la définition de  $\alpha_i$  qui représente la *pente* dans

la représentation bi-logarithmique. Ainsi, par analogie, nous interprétons la variable continue  $\alpha$  comme *première dérivée* de la fonction  $\log N(\log \rho)$ , le nombre  $N$  étant donc considéré comme fonction de  $\log \rho$  :

$$\alpha(\rho) = \frac{d \log N}{d \log \rho} \quad (2.32)$$

$$\equiv \lim_{\log \rho_i \rightarrow \log \rho_{i-1}} \alpha_i \quad (2.33)$$

En outre nous utilisons une loi fractale généralisée similaire à (2.29) :

$$N(\rho) = a(\rho) \cdot \rho^{D(\rho)} \quad \text{avec } a = a(\rho), D = D(\rho) \quad (2.34)$$

Nous supposons donc que non seulement le préfacteur  $a(\rho)$  mais aussi la dimension  $D(\rho)$  puissent varier en fonction de  $\rho$ , donc de la distance au centre choisi.

Cette version assez générale de la loi fractale nous permet maintenant de déterminer le changement du nombre  $N(\rho)$  en passant d'une distance  $\rho$  à une distance  $\rho + d\rho$ . Ceci nous mène à calculer *la première dérivée* par rapport à  $\rho$  de la loi (2.34)<sup>17</sup>. On vérifie qu'on obtient :

$$\frac{dN}{d\rho} = \rho^D \frac{da}{d\rho} + a \cdot \rho^D \cdot \ln \rho \frac{d\rho}{d\rho} + a \cdot D \cdot \rho^{D-1} \quad (2.35)$$

$$= N \frac{d \log a}{d \rho} + N \cdot \log \rho \frac{dD}{d\rho} + N \frac{D}{\rho} \quad (2.36)$$

où nous avons réinséré la relation originale (2.34) et recouru à l'identité :

$$\frac{1}{\alpha} \cdot d\alpha = d \log \alpha \quad (2.37)$$

En multipliant l'équation (2.36) par  $\frac{\rho}{N}$  et en recourant encore à une relation analogue à (2.37) pour  $N$ , nous obtenons immédiatement pour la pente  $\alpha(\rho)$  la relation :

$$\frac{d \log N}{d \log \rho} = \frac{d \log a}{d \log \rho} + \log \rho \frac{dD}{d \log \rho} + D \equiv \alpha \quad (2.38)$$

Nous constatons que ce sont trois termes différents qui contribuent à la valeur de la pente  $\alpha$  :

<sup>17</sup>Pour ne pas alourdir la notation, nous allons renoncer à indiquer explicitement la dépendance des variables de la distance  $\rho$ .

- le premier terme représente *le changement local du préfacteur  $a$* . Nous rappelons que celui-ci caractérise les déviations locales à la loi fractale, provoquées par exemple par la présence de lacunes ou de bâtiments de taille importante ;
- le second terme, en revanche, décrit le changement de la dimension fractale  $D$ , donc les *vraies ruptures dans le comportement scalant* ;
- le troisième terme est la dimension fractale même. Comme il est maintenant supposé que  $D$  varie en fonction de la distance  $\rho$ , nous préférons parler de *la valeur locale de la dimension  $D$* .

Ainsi, ce sont *deux termes différents* qui contribuent à la variation du paramètre  $\alpha$  et qui s'ajoutent à la *valeur locale  $D$  de la dimension*.

*Dès que les valeurs locales des pentes  $\alpha_i$  sont donc, dans une courbe d'analyse radiale, soumises à des variations, elles ne doivent pas être identifiées comme la dimension fractale:*

$$\alpha_i \neq D \quad \text{en général} \quad (2.39)$$

L'interprétation de  $\alpha_i$  nécessite une certaine prudence : l'observation que la valeur de la pente  $\alpha_i$  dépasse deux n'indique pas que ceci vaut aussi pour la *dimension fractale* elle-même. Il est en effet possible de montrer que  $\alpha$  peut largement dépasser la valeur *deux*, bien que  $D$  reste bornée à des valeurs  $D \leq 2$ <sup>18</sup>. Nous considérons, à cette fin, une texture comparable à celle de la fig. 2.24 où le comportement scalant change *brusquement*. Pour simplifier la démarche, nous faisons l'hypothèse qu'il n'existe pas de perturbations locales dans un domaine de distances  $\rho < \rho'$  ; nous supposons donc que le préfacteur  $a(\rho)$  est constant, ce qui nous permet de supposer une loi fractale sous la forme<sup>19</sup> :

$$N = \rho^{D_1} \quad (2.41)$$

<sup>18</sup>En revanche, si ni la dimension, ni le préfacteur sont sujets à des variations, on retrouve facilement la formule habituelle, à partir de la relation (2.38):

$$\frac{d \log a}{d \log \rho} = 0, \quad \log \rho \frac{d D}{d \log \rho} = 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha = D = \text{const} \quad (2.40)$$

<sup>19</sup>Nous considérons donc une seule variation de la dimension fractale, donc le second terme dans la relation (2.38).

A cette distance critique nous supposons un changement brusque du comportement fractal tel que nous l'avons rencontré dans la fig. 2.24 :

$$N = \rho^{D_2} + c \quad (2.42)$$

Le paramètre  $c$  est nécessaire puisque ce nouveau comportement scalant apparaît seulement à la distance critique  $\rho'$ . La totalité des points occupés aux distances supérieures à  $\rho'$  est donc constituée des points déjà occupés à cette distance  $\rho'$ , auxquels s'ajoutent les points occupés aux distances  $\rho > \rho'$  selon la nouvelle loi fractale. En effet, à la distance  $\rho'$ , le nombre de points occupés est défini par la première loi fractale, soit

$$N' = \rho'^{D_1} \quad (2.43)$$

A cette distance critique, les deux lois doivent être équivalentes :

$$N' = \rho'^{D_1} = \rho'^{D_2} + c \quad (2.44)$$

ce qui permet de déterminer le paramètre  $c$  :

$$c = \rho'^{D_1} - \rho'^{D_2} \quad (2.45)$$

de telle sorte qu'on obtienne pour des distances  $\rho > \rho'$

$$N = \rho^{D_2} + \rho'^{D_1} - \rho'^{D_2} \quad (2.46)$$

Nous calculons maintenant la première dérivée :

$$\frac{dN}{d\rho} = D_1 \cdot \rho^{D_1-1} \quad (2.47)$$

En utilisant une relation analogue à (2.37), on obtient :

$$\frac{d \log N}{d \log \rho} = \frac{\rho}{N} \frac{dN}{d\rho} \quad (2.48)$$

ce qui permet, si l'on remplace encore  $N$  par la loi fractale (2.42), de déduire une relation pour  $\alpha$ , :

$$\alpha = D_2 \cdot \frac{\rho^{D_2}}{\rho^{D_2} + c} \quad (2.49)$$

Si nous supposons que  $D_2 > D_1$ , comme c'est le cas dans la fig. 2.24,  $c$  prend une valeur négative, mais sa valeur absolue reste, dans tous les cas, inférieure à  $\rho^{D_2}$ , ce qui implique :

$$\frac{\rho^{D_2}}{\rho^{D_2} + c} > 1 \quad (2.50)$$

Le paramètre  $\alpha$  est donc supérieur à  $D_2$ . Si, comme c'est le cas dans la fig. 2.24,  $D_2 = 2$ , on obtient donc *nécessairement*

$$\alpha > 2$$

Cependant pour des valeurs croissantes de  $\rho$ , le facteur  $\frac{\rho^{D_2}}{\rho^{D_2+c}}$  s'approche asymptotiquement de la valeur *un* et on obtient donc

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} \alpha = D_2 \quad (2.51)$$

*Ceci explique donc l'existence de valeurs de pente supérieures à deux dans les courbes empiriques.*

Si les valeurs de la pente peuvent localement dépasser *deux*, il est en revanche *impossible* que la courbe d'analyse radiale franchisse, elle, la droite de pente *deux* qui passe par le point zéro du système de coordonnées (cf. fig. 2.24). En effet, cette droite représente la limite d'une surface noire, donc d'un ensemble où tous les points sont occupés. Dans une structure réelle, puisqu'il existe des espaces non-occupés il est donc évident que le nombre de points occupés  $N(\rho)$  est inférieur à celui de la surface totale, donc à la valeur

$$N_{max}(\rho_i) = b_i^2 \equiv (2 \cdot i + 1)^2 \quad (2.52)$$

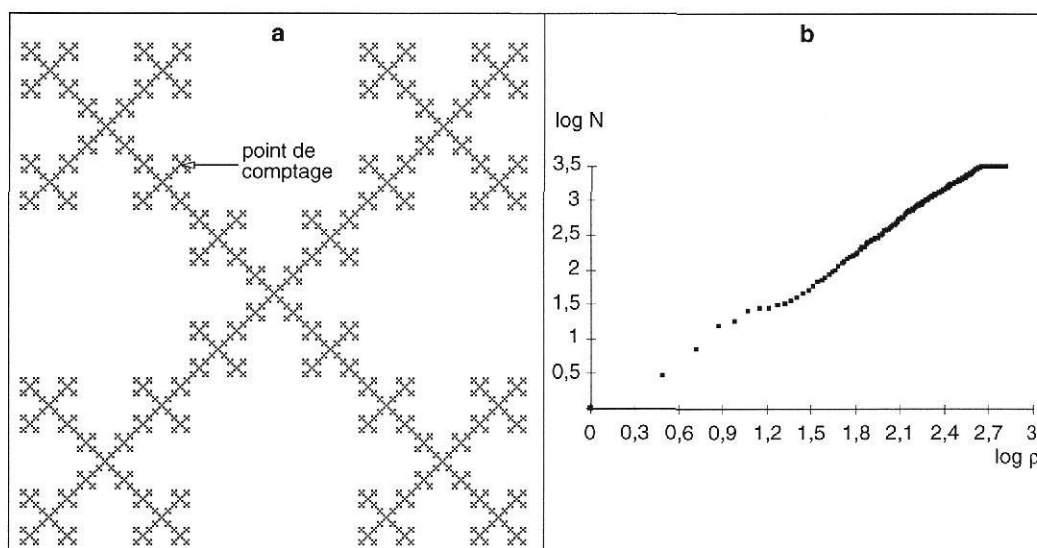
#### 2.4.2.2 Les fluctuations locales et les changements dominants

La discussion des résultats obtenus lors des analyses de textures a montré qu'il est possible de découvrir dans les courbes des fluctuations du comportement scalant provoquées par des effets locaux, telle que la présence de lacunes. Nous avons testé cette influence en choisissant dans le tapis de Sierpinski un centre de comptage proche d'une grande lacune. La courbe de l'analyse radiale est représentée dans la fig. 2.25. On observe une inflexion située à la distance du centre comptage où l'on atteint la lacune dans le tapis de Sierpinski. Dès qu'on atteint la diagonale, donc une zone de masse plus forte la courbe s'approche asymptotiquement de l'allure de la courbe obtenue à partir du centre symétrique du tapis de Sierpinski.

Ceci nous montre bien, qu'en déplaçant le centre de comptage, les courbes d'analyse peuvent changer d'aspect, mais uniquement dans le voisinage immédiat de ce centre : il s'agit donc d'une perturbation locale qui n'influence pas le comportement scalant de façon générale.

Afin de vérifier dans les tissus urbains l'influence de phénomènes locaux tels que la présence de grands bâtiments ou de lacunes, par exemple de grandes

places, nous avons choisi différents centres de comptage tous localisés au centre du même quartier, mais dont le voisinage immédiat était différent. Nous avons pu constater que les différences entre les courbes obtenues s'expliquent facilement par ces phénomènes locaux : si le centre de comptage est situé à l'intérieur d'un grand bâtiment qui occupe plusieurs pixels, les premiers points ne sont pas significatifs pour l'ensemble de la zone considérée <sup>20</sup>. Au-delà de cette zone dans le voisinage du centre du comptage, l'allure des courbes se ressemble.



**Fig. 2.25** La figure (a) montre le tapis de Sierpinski où le centre de comptage indiqué est situé à proximité d'une grande lacune. La courbe d'analyse radiale est représentée dans la figure (b). On observe l'inflexion provoquée par la lacune.

Pour les villes, cela signifie qu'une résolution qui va au-delà de la taille des bâtiments n'est pas justifiée. Cependant, comme en réalité celle-ci varie, il faut prévoir des résolutions plus fines afin de tenir suffisamment compte des détails de la surface bâtie <sup>21</sup>.

<sup>20</sup>Nous rappelons notre remarque que la taille des bâtiments représente la limite inférieure de la structure en question, en dessous laquelle une analyse est sans intérêt.

<sup>21</sup>Nous avons utilisé une résolution de 75dpi, ce qui correspond pour une carte au 1:25 000 à une taille de 8,33m par pixel. Cette résolution paraît suffisante pour les grandes échelles.

Mais la microstructure du bâti peut aussi affecter la forme de la courbe dans une étendue variable : la présence de grands bâtiments ou de grands espaces agrandit la distance  $\rho$  au centre de comptage à l'intérieur de laquelle on observe des déviations locales de la courbe de l'analyse radiale.

Nous résumons ces résultats de la façon suivante:

- les courbes de l'analyse radiale ainsi que les courbes du comportement scalant dépendent, de façon générale, du centre de comptage ;
- si l'on choisit différents centres de comptage proches du centre d'un quartier les courbes diffèrent uniquement pour les valeurs obtenues dans le voisinage du centre de comptage, pour de plus grandes distances, l'aspect des courbes n'est pas affecté.
- suivant la logique de la loi fractale généralisée ce type de variation locale dont la portée reste limitée, doit être interprété comme *phénomène lacunaire* et il doit ainsi être attribué *au préfacteur  $a(\rho)$* .

La comparaison des courbes du comportement scalant montre la présence de fluctuations dans tous les exemples analysés. En revanche l'ampleur des fluctuations est dans la majorité des cas beaucoup moins forte dans les tissus urbains que dans les textures construites (cf. fig. 2.11). En particulier, on constate que dans les grandes agglomérations les fluctuations sont moins importantes que dans les villages ou petites villes. Parfois les fluctuations varient en fonction de la distance au centre de comptage.

Dans la majorité des cas, les fluctuations de la courbe du comportement scalant apparaissent *comme variations locales d'un signal autour d'un comportement moyen*. En revanche, on observe souvent qu'à une certaine distance du centre de comptage ce comportement moyen varie progressivement et atteint au-delà d'un domaine de distance transitoire une nouvelle stabilité. Un exemple sont les deux ruptures identifiées dans le tissu de Besançon qu'on observe dans les courbes radiales (fig. 2.11) et que l'on retrouve dans les courbes du comportement scalant (fig. 2.21). La comparaison des zones métropolitaines (fig. 2.26) montre d'autres exemples.

Ces variations sont des changements fondamentaux : au-delà de la zone transitoire le signal fluctue dans une fourchette différente de celle observée pour les plus petites distances.

*Conformément à la discussion de la courbe fractale généralisée nous devons donc considérer une telle variation comme un changement du comportement*



scalant et donc comme une rupture dans l'organisation spatiale du tissu urbain. La variation du signal moyen permet de localiser la distance au centre à laquelle se situe cette rupture. Nous désignons cette distance comme rayon de segmentation et le comportement scalant moyen comme comportement (scalant) dominant.

Afin de mieux faire ressortir soit l'effet de segmentation entre ces différentes zones, soit le comportement scalant dominant dans ces zones mêmes, il serait souhaitable d'éliminer les fluctuations que nous considérons désormais comme du "bruit". Ceci a été réalisé en utilisant un lissage gaussien de la courbe <sup>22</sup>. Cette méthode, connue en imagerie, est basée sur une convolution gaussienne d'un signal donné. Si nous désignons le signal original comme  $\alpha(\rho)$ , la fonction lissée  $\tilde{\alpha}(\rho)$  prend la forme

$$\tilde{\alpha}(\rho) = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(\rho') \cdot \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\rho-\rho')^2}{2\sigma^2}} d\rho' \quad (2.53)$$

Cette formule peut être interprétée comme une moyenne pondérée : pour une valeur  $\rho$  donnée, on prend la somme des valeurs du signal  $\alpha(\rho')$  présentes aux différents endroits  $\rho'$  dont le poids est cependant défini par une fonction gaussienne. En fait, chaque point  $\rho'$  est entouré d'une telle fonction qui définit le poids de la valeur  $\alpha(\rho')$  à l'endroit considéré  $\rho$  en fonction de la distance  $(\rho - \rho')$ .

Il est évident que la valeur de la fonction gaussienne au point  $\rho$  dépend en particulier de la variance  $\sigma$ . Le choix de ce paramètre permet donc de définir le poids des valeurs  $\alpha(\rho')$  et ainsi de contrôler le lissage : en choisissant une petite valeur de  $\sigma$ , la fonction gaussienne retombe assez brusquement dans le voisinage du point  $\rho'$ . Ceci correspond à un lissage faible puisque l'influence des valeurs du signal aux endroits  $\rho'$  sur la moyenne pondérée reste limitée aux distances  $(\rho - \rho')$  proches de  $\rho$ . En revanche, une grande variance augmente l'ampleur du poids des valeurs  $\alpha(\rho')$  présentes aux grandes distances  $(\rho - \rho')$ . Alors, beaucoup de valeurs contribuent de façon essentielle à la fonction (2.53) ce qui provoque un lissage important.

En fait, il s'agit du seul filtre de données qui permette un lissage progressif : en augmentant graduellement la variance  $\sigma$  les fluctuations disparaissent en fonction de leur portée. Ainsi les variations locales du signal, de portée limitée, sont supprimées en premier.

*Il est donc possible d'éliminer les fluctuations en fonction de seuils définis et de conserver les variations du signal au-delà de ce seuil.*

<sup>22</sup>La programmation du logiciel de convolution a été réalisée par M.Chenillot.

En réalité tous les signaux empiriques sont donnés sous une forme discrète. On utilise donc la transcription discrète de la formule (2.53) :

$$\tilde{\alpha}_i = \sum_{\rho'_i} \alpha(\rho'_i) \cdot \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\rho_i - \rho'_i)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.54)$$

En pratique, il est possible de se limiter à une distance de  $3 \cdot \sigma$  de chaque côté du point  $\rho$  pour calculer la somme, la valeur de la fonction gaussienne étant déjà à des valeurs suffisamment faibles pour négliger son influence au-delà.

Des comparaisons ont démontré que le paramètre de lissage  $\sigma$  qui convient le mieux pour faire ressortir les effets structurants dans les courbes du comportement scalant doit être compris dans une fourchette de 12 à 18 pixels. *Le fait que  $\sigma$  puisse être le même pour toutes les analyses des tissus urbains assure la comparabilité des résultats et permet le passage direct vers une analyse automatisée.*

Dans la fig. 2.21 nous avons représenté la courbe lissée du comportement scalant pour Besançon. On constate que les fluctuations disparaissent et que la courbe lissée fait nettement apparaître le comportement dominant. *Ceci s'avère intéressant pour un passage vers une segmentation automatique de zones selon leur comportement scalant.* Nous ajoutons que dans les courbes lissées les valeurs moyennes des pentes ne dépassent jamais la valeur deux.

En imagerie, la convolution gaussienne est introduite sous des aspects purement techniques. Nous allons essayer de donner une *interprétation statistique* de la convolution gaussienne afin de mieux comprendre la signification de cette opération.

Supposons que nous ayons étudié un certain nombre de tissus urbains de morphologie comparable qui représentent un échantillon statistique. Supposons que l'on mesure la fréquence d'une valeur particulière de pente  $\alpha$  à chaque distance  $\rho'$ . On peut imaginer que certaines valeurs sont plus souvent présentes dans une certaine fourchette de distance, par exemple on trouve des valeurs élevées plus souvent dans les centres villes que dans la périphérie. Ainsi, on peut supposer qu'il existe pour chaque endroit  $\rho'$  une valeur caractéristique  $\alpha$ . Si l'on fait l'hypothèse que la fréquence de trouver cette valeur à une autre distance  $\rho - \rho'$  suit, dans l'échantillon, une loi de distribution gaussienne, il est possible d'interpréter la convolution gaussienne comme moyenne de toutes les valeurs potentiellement présentes à une certaine distance considérée  $\rho$ . Ainsi une grande valeur de  $\sigma$ , donc un lissage important, indiquerait qu'on suppose une forte variation locale des valeurs  $\alpha$ . Ainsi on estime que la valeur locale du signal n'est pas très significative, elle pourrait

être présente dans une fourchette de distance importante. En revanche un faible lissage indique que l'on estime le signal comme très significatif, qu'il est donc peu probable de le trouver ailleurs. Si nous rappelons nos observations sur l'influence des perturbations locales sur le signal, telles que la présence de lacunes, le lissage paraît justifié : en effet, le choix d'un autre centre de comptage, situé à proximité du centre actuel, pourrait déjà – localement – changer le signal, sans que le comportement dominant soit affecté.

### 2.4.3 Quelques exemples opérationnels

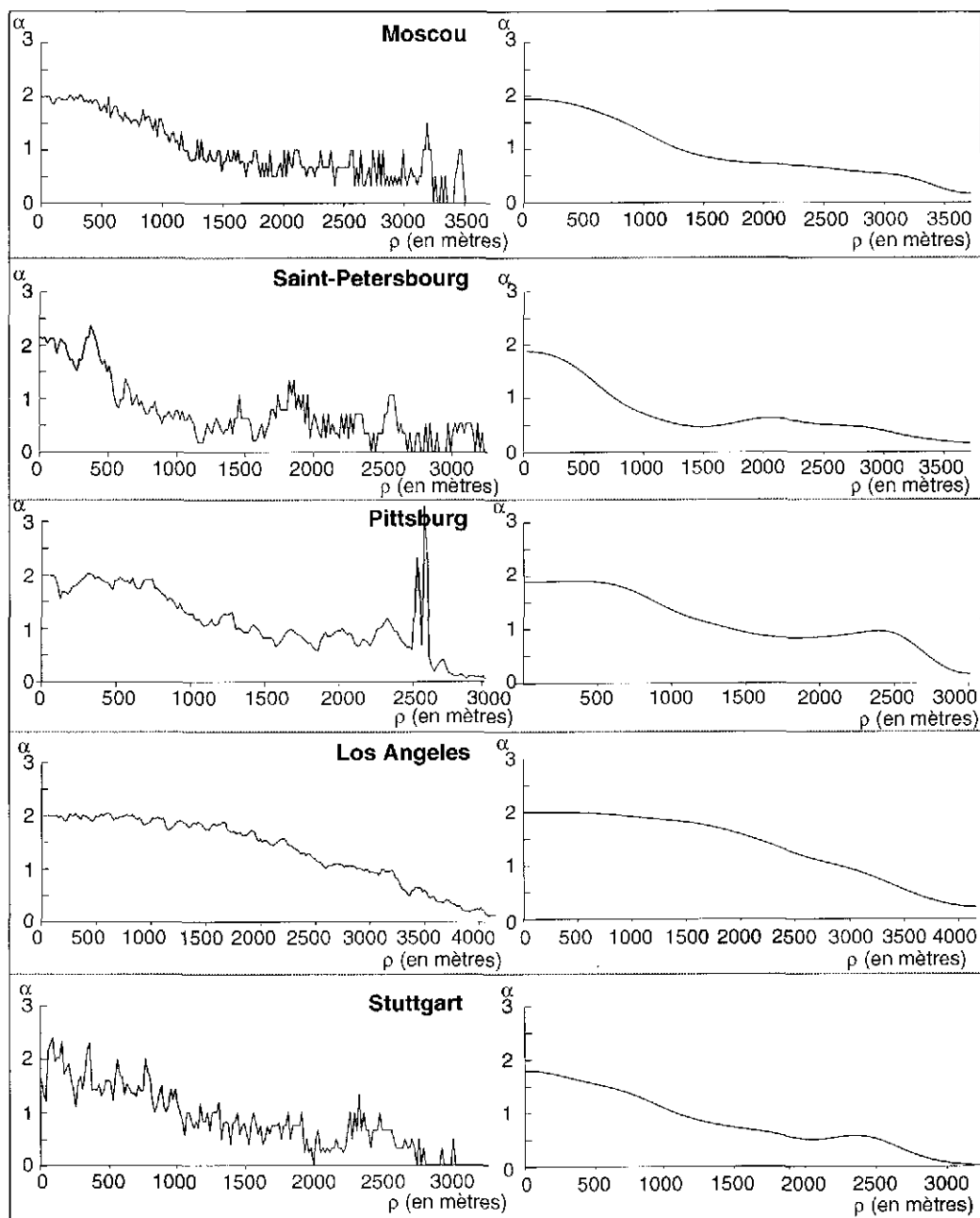
Les informations obtenues par l'analyse de textures construites nous permettent maintenant d'appliquer l'analyse du comportement scalant à un certain nombre de courbes empiriques obtenues par l'analyse radiale. En particulier nous avons comparé les observations faites pour les centres de comptage situés dans les noyaux urbains à différentes échelles. Ces résultats seront complétés par l'analyse de tissus intra-urbains.

#### 2.4.3.1 Les métropoles

Nous reprenons l'étude de quelques zones métropolitaines déjà abordée antérieurement [Fra92b], [Fra92a], [Fra94b], en particulier Moscou, St Petersburg, Pittsburgh, Los Angeles et Stuttgart. Les courbes du comportement scalant sont représentées dans la fig. 2.26.

Les fluctuations dans les courbes de Moscou et de St Petersburg ont le même aspect que celui qu'on a trouvé pour la courbe du centre de Besançon (fig. 2.21). A Pittsburgh et Los Angeles, en revanche, les fluctuations sont assez faibles tout au long de la zone analysée. Ceci paraît moins surprenant pour Los Angeles qui montre un tissu homogène, tandis que la structure de la zone urbanisée de Pittsburgh est similaire à celle des villes européennes (cf. [Fra94b]). Le tissu fragmenté de Stuttgart montre, lui, des fluctuations plus irrégulières et ceci pour l'ensemble de la courbe. En effet, l'agrégat central joue ici un rôle moins important du fait de sa taille réduite par rapport à l'étendue de la zone métropolitaine.

Le comportement dominant apparaît surtout après lissage (fig. 2.26). On constate que la représentation non-logarithmique, utilisée pour les courbes du comportement scalant, ne surestime pas l'étendue de la zone limitrophe au centre de comptage et met ainsi en évidence la surface restreinte des noyaux par rapport à celle des couronnes périphériques. Ceci se manifeste nette-



**Fig. 2.26** Les courbes du comportement scalant et les courbes lissées des zones métropolitaines de Moscou, St Petersbourg, Pittsburgh, Los Angeles et Stuttgart. La base cartographique est au 1:500 000.

ment dans les tissus de Moscou, St Petersburg, Pittsburgh et Stuttgart. Au-delà du noyau dont l'exposant scalant lissé  $\tilde{\alpha}(\rho)$  se situe entre 1,8 et 1,9, on observe une décroissance régulière qui s'effectue sur une zone assez étendue avant qu'on atteigne la zone périurbaine. Celle-ci montre un comportement scalant qui varie dans une fourchette limitée et reste en tout cas largement en dessous des valeurs du centre (dans tous les cas entre  $0,5 < \tilde{\alpha}(\rho) < 1,0$ ). Toutefois on observe à Stuttgart et St Petersburg une légère protubérance qui indique la présence de plusieurs sous-centres importants à cette distance. Ceci est en concordance avec l'observation que ces zones métropolitaines sont moins dominées par un agrégat central que constituées d'un grand nombre de sous-centres d'une certaine importance <sup>23</sup>. Dans tous les cas l'exposant scalant lissé  $\tilde{\alpha}(\rho)$  diminue encore une fois de façon importante dès qu'on atteint la limite de la zone urbanisée.

En revanche, à Los Angelès, la zone centrale dont la valeur moyenne se situe d'ailleurs très près de deux est assez étendue. La décroissance du paramètre  $\tilde{\alpha}(\rho)$  est très atténuée par rapport à d'autres tissus moins homogènes, et, au lieu du palier caractéristique dans les autres agglomérations pour la couronne périurbaine, il n'existe qu'une très faible perturbation dans la courbe. Cette structure est le résultat du processus d'urbanisation, tel qu'il a été discuté dans [Fra94b].

#### 2.4.3.2 Les villes moyennes et petites

A cette échelle nous avons choisi les exemples d'une conurbation, l'unité urbaine de Montbéliard, d'une capitale régionale, Besançon et de plusieurs petites villes du Jura. D'une façon générale on observe qu'en choisissant le centre du noyau urbain comme centre de comptage, les courbes obtenues montrent pour la plupart des tissus le même aspect que l'on a trouvé dans les grandes agglomérations du type de Pittsburgh, de Stuttgart ou de St Petersburg (cf. fig.2.27).

Nous commençons par discuter les résultats obtenus pour Besançon. Ici la rupture du Doubs est un phénomène caractéristique, très marquée dans la fig. 2.21, mais qui se manifeste de façon plus atténuée si l'on choisit un centre de comptage excentré par rapport à la boucle du Doubs (fig. 2.28). Les valeurs de la courbe lissée qui caractérisent le comportement scalant moyen, se situent à  $\alpha \approx 1,8$  au centre et retombent à  $\alpha \approx 1,2$  au point de rupture. Ensuite, la courbe remonte dans la zone périphérique et atteint son maximum

<sup>23</sup>Une classement rang-taille des villes dans les zones métropolitaines selon leur surface a mis en évidence que leur distribution suit une lois paértienne et donc fractale [Fra94a].

à une valeur de  $\alpha \approx 1,6$  dès qu'on entre dans la zone industrielle de Trépillot qui, elle, est constituée de grands bâtiments. Ensuite la courbe s'affaisse vers l'extérieur.

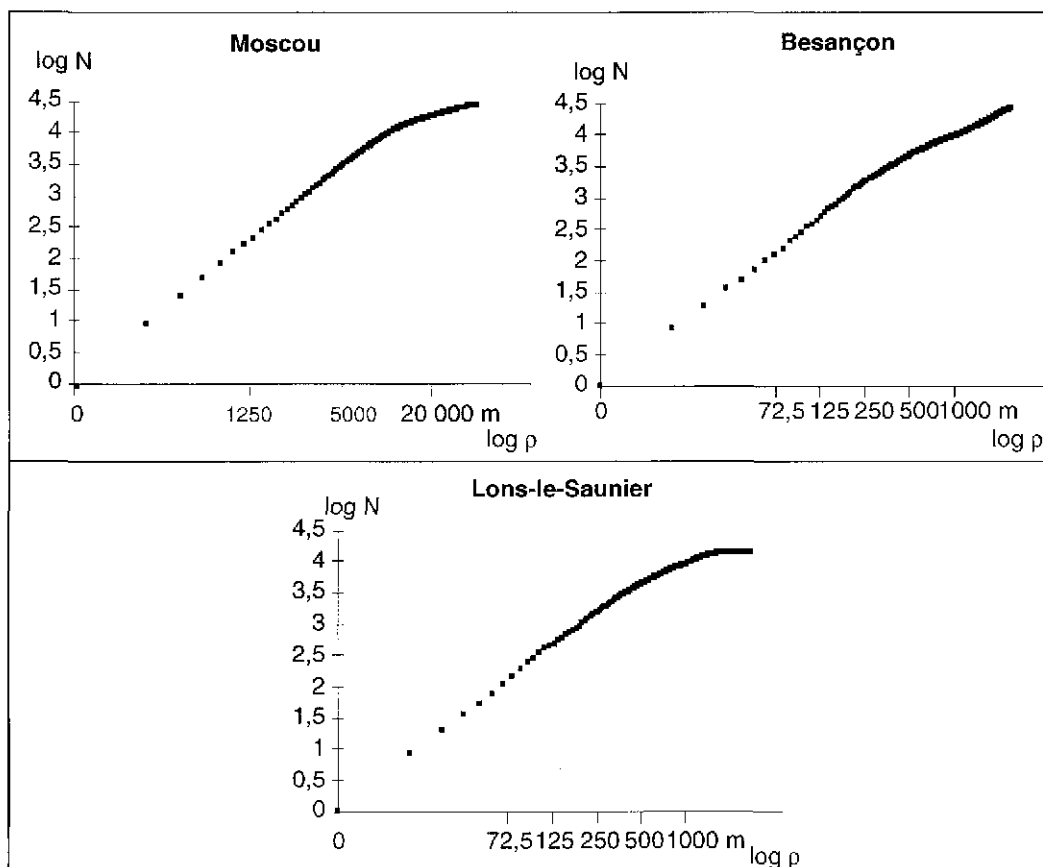
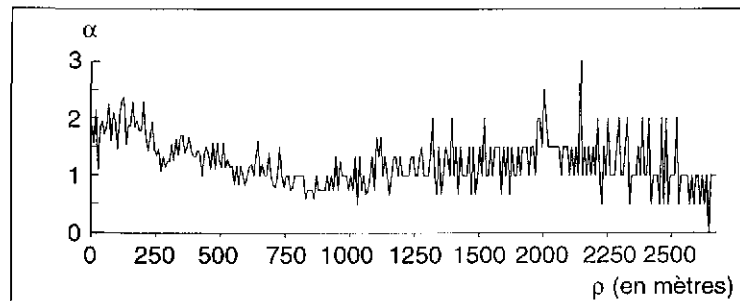


Fig. 2.27 L'analyse radiale de Moscou, de Besançon et de Lons

Dans les courbes non-lissées, on constate que l'aspect des fluctuations varie parfois selon la zone, elles sont souvent différentes au centre et dans la zone périurbaine : les fluctuations ont moins d'amplitude à l'intérieur du noyau urbain et elles sont moins régulières. Dans la couronne périphérique l'ampleur des fluctuations tend à être plus importante, mais les oscillations paraissent plus régulières. Ceci s'explique par le fait remarquable que, dans la couronne périphérique, les fluctuations se font autour d'un comportement scalant moyen qui varie parfois peu sur une grande distance.



**Fig. 2.28** Besançon : l'analyse du comportement scalant à partir d'un centre de comptage, situé dans la boucle du Doubs, mais non au centre de celle-ci. On observe une inflexion moins nette que dans la fig.2.21, puisque, lors de la dilatation, le Doubs n'est pas atteint aux mêmes distances par les différents côtés du carré de comptage.

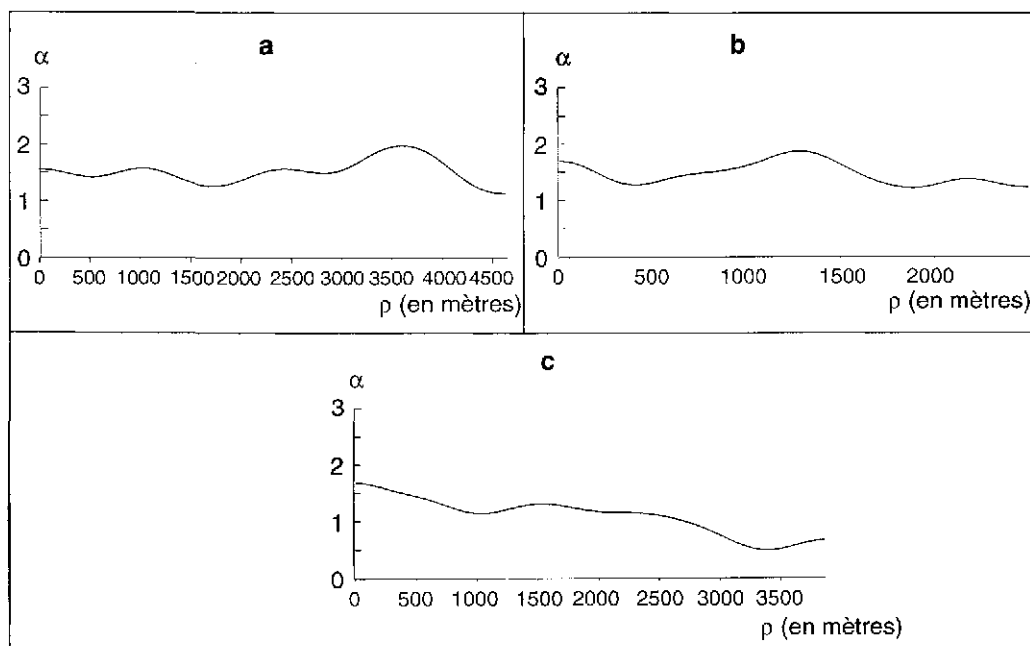
Une situation particulière existe dans l'unité urbaine de Montbéliard, constituée de plusieurs villes de taille comparable. Une courbe assez caractéristique est obtenue pour le centre d'Audincourt. On observe seulement une faible baisse des valeurs  $\alpha$ . En s'approchant de la bordure de l'agglomération, les valeurs  $\alpha$  ne diminuent pas, mais elles montrent sur une vaste distance, de légères ondulations, dont la plus forte se situe à l'endroit où l'on atteint l'usine Peugeot, constituée de plusieurs très grands bâtiments (fig. 2.29). La variation du comportement scalant est donc faible, en tout cas plus faible que pour les courbes des quartiers de la couronne périphérique (cf. plus loin).

*Le fait qu'il existe un comportement scalant qui ne montre pas de décroissance hors du noyau urbain mais qui varie autour d'une valeur moyenne, assez élevée, dans la totalité de la zone urbanisée, montre qu'il s'agit d'un ensemble de plusieurs agglomérations qui forment une entité au niveau de leur organisation spatiale.*

La comparaison avec les courbes obtenues pour d'autres centres de comptage dans cette conurbation confirme le rôle singulier que joue Audincourt dans l'organisation de ce système spatial : c'est la courbe la plus régulière sur la plus grande étendue. Ainsi, ce point de comptage représente un centre de symétrie de la dilution radiale, comparable au point central du tapis de Sierpinski.

La courbe obtenue pour Montbéliard se distingue nettement de celles des autres noyaux urbains anciens : au voisinage du centre, la courbe chute,

mais se redresse immédiatement pour atteindre un maximum qui se situe aux environs des valeurs du centre ville, dès qu'on atteint l'usine Peugeot. Ceci souligne la prédominance de cet ensemble bâti dans la zone urbanisée de Montbéliard. Ensuite la courbe s'abaisse ; en effet on atteint vers l'ouest la limite de la zone urbanisée, Montbéliard étant situé en bordure de la conurbation. Avec ses ondulations plus fortes, la courbe ressemble par son aspect plutôt à celles obtenues pour des quartiers de la couronne périphérique (fig.2.29). En effet le centre n'a pas joué un rôle important pour la croissance de la ville qui a surtout été dominée par la présence de l'entreprise Peugeot. La courbe obtenue pour le centre de comptage, situé au cœur de cette entreprise, paraît remarquable : elle ressemble plutôt à celle des centre villes, avec une partie étendue qui montre un comportement scalant assez constant. A plus grande distance, les valeurs de  $\alpha$  diminuent (fig. 2.29). L'usine Peugeot joue donc le rôle de centre pour l'organisation spatiale de cette partie de la conurbation. En effet, les nouveaux quartiers résidentiels ont surtout été implantés près de cette entreprise, centre du bassin d'emploi <sup>24</sup>.



**Fig. 2.29** La courbe lissée du comportement scalant d'Audincourt (a), de Montbéliard (b) et de l'usine Peugeot (c).

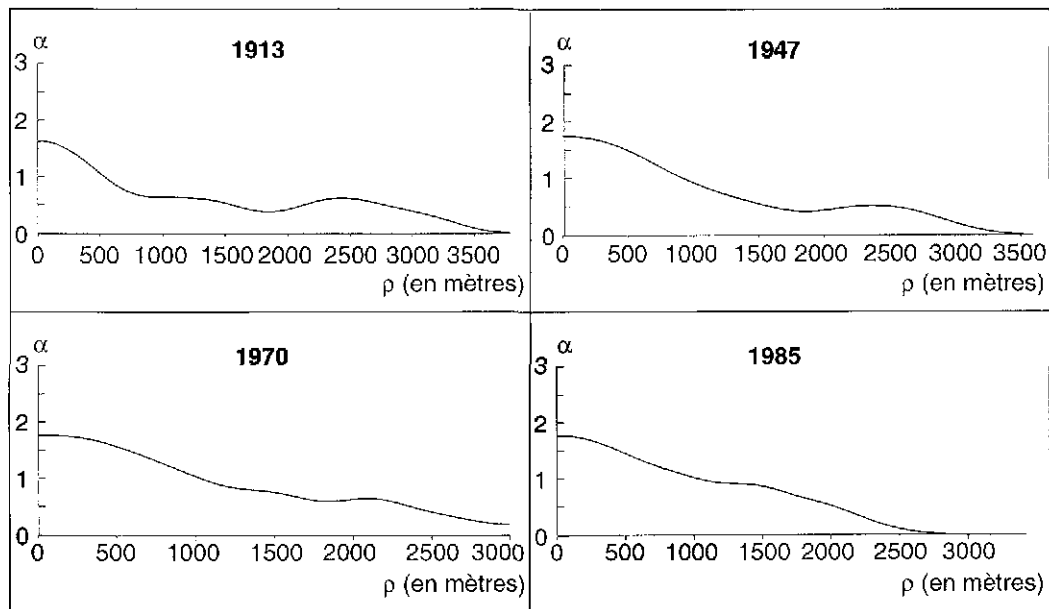
<sup>24</sup>Un de ces quartiers est le Grand Charmont dont l'évolution est discutée plus loin.



Ces observations sont confirmées par la comparaison d'analyses effectuées à plusieurs dates. On constate que le noyau urbain de Montbéliard reste assez isolé des autres parties de la zone urbanisée : on constate une forte inflexion à proximité du centre. Si l'aspect du noyau urbain ne varie pas beaucoup au cours du temps, l'extension de Peugeot apparaît comme effet structurant : on observe encore des fluctuations accentuées dans les zones périphériques en 1913 qui disparaissent ensuite progressivement.

Nous prenons Lons-le-Saunier comme exemple de petite ville. Il est évident que, par sa taille, le centre de cette ville reste assez limité. A partir de données cartographiques, disponibles à différentes dates nous avons pu retracer les changements de l'organisation spatiale dans la zone périurbaine de Lons. La fig.2.30 montre les courbes lissées de Lons-le-Saunier pour quatre dates entre 1913 et 1985 :

- en 1913, l'étendue du centre, dont la dimension fractale moyenne se situe à 1,8, reste assez limitée. La courbe lissée chute ensuite assez régulièrement jusqu'à la limite de la zone urbanisée et l'espace vide au nord. Vers l'extérieur, la courbe remonte légèrement à 1,00 en raison de la présence de deux villages situés à cette distance, Montmorot et Perrigny. L'affaissement de la courbe à partir de cette distance marque la limite de la zone urbanisée, la valeur moyenne de la pente se situe alors à environ 0,6 ;
- entre 1913 et 1947 la zone vide au nord se remplit ce qui se manifeste par l'apparition d'une pente douce : la dilution radiale s'effectue maintenant de façon continue dans la couronne périphérique ;
- entre 1947 et 1970 la construction de nouveaux quartiers fait apparaître un palier. Le comportement scalant reste donc constant dans cette zone, la valeur de  $\alpha$  est plus élevée, elle se situe à environ 0,84 ;
- pendant la période la plus récente le noyau s'étend, le comportement particulier de la zone périurbaine s'efface et la courbe s'affaisse assez doucement vers l'extérieur. En effet, on constate pendant cette période une croissance accentuée des villages périurbains.



**Fig. 2.30** La courbe du comportement scalant après lissage du centre ville de Lons pour quatre dates. L'augmentation de la valeur de la pente dans la partie droite montre l'absorption successive des zones périurbaines.

En comparant les courbes, on constate qu'en 1913, les fluctuations influencent encore la forme lissée de la courbe. Au cours de l'urbanisation les fluctuations diminuent, le comportement dominant l'emporte.

Cette observation est confirmée par l'analyse de petites villes et de villages que nous avons réalisée dans les secteurs de Lons, de Montbéliard et, récemment, de Dole. On constate que les plus grandes fluctuations apparaissent dans les courbes des plus petites unités. Ceci montre qu'il n'existe pas de véritable organisation spatiale définie dans ces ensembles, le "bruit", c'est à dire un comportement aléatoire domine. Nous notons qu'il existe néanmoins certains villages dont le comportement scalant ressemble celui d'une ville. On en trouve l'explication dans la morphologie de leur tissu bâti qui s'approche par sa forme tentaculaire d'un type d'organisation spatiale caractéristique des tissus urbains. Ainsi la dilution radiale du bâti suit une logique similaire à celle d'une ville. Un bourg comme Bletterans se situe à la marge d'une organisation spatiale urbaine, mais n'atteint pas encore la régularité des plus grandes unités.

Afin d'approfondir cette analyse, nous avons étudié le changement temporel du comportement scalant dans certaines communes périurbaines.

La fig. 2.31 montre l'évolution d'une commune résidentielle située au nord de l'entreprise Peugeot, Grand Charmont. La première courbe, complètement irrégulière, met en évidence la situation en 1913. En fait, il s'agit, à cette époque, d'un groupe de maisons complètement isolé de la zone urbanisée de Montbéliard. En 1954, l'espace vide entre Montbéliard et Grand Charmont commence à se remplir, mais l'aspect reste irrégulier. En 1986, l'allure de la courbe est complètement différente : les fluctuations, bien qu'encore supérieures à celles d'un centre ville, ont considérablement diminué.

Des résultats similaires ont été obtenus pour Etupes près d'Audincourt et pour Montmorot, commune voisine de Lons. La fig.2.32 montre les courbes lissées de Montmorot, pour deux dates et les tissus urbains correspondants. On observe en 1970 une forte rupture entre Montmorot et Lons, rupture qui a complètement disparu en 1985. Une comparaison des courbes non lissées montre que les fluctuations ont également diminué.

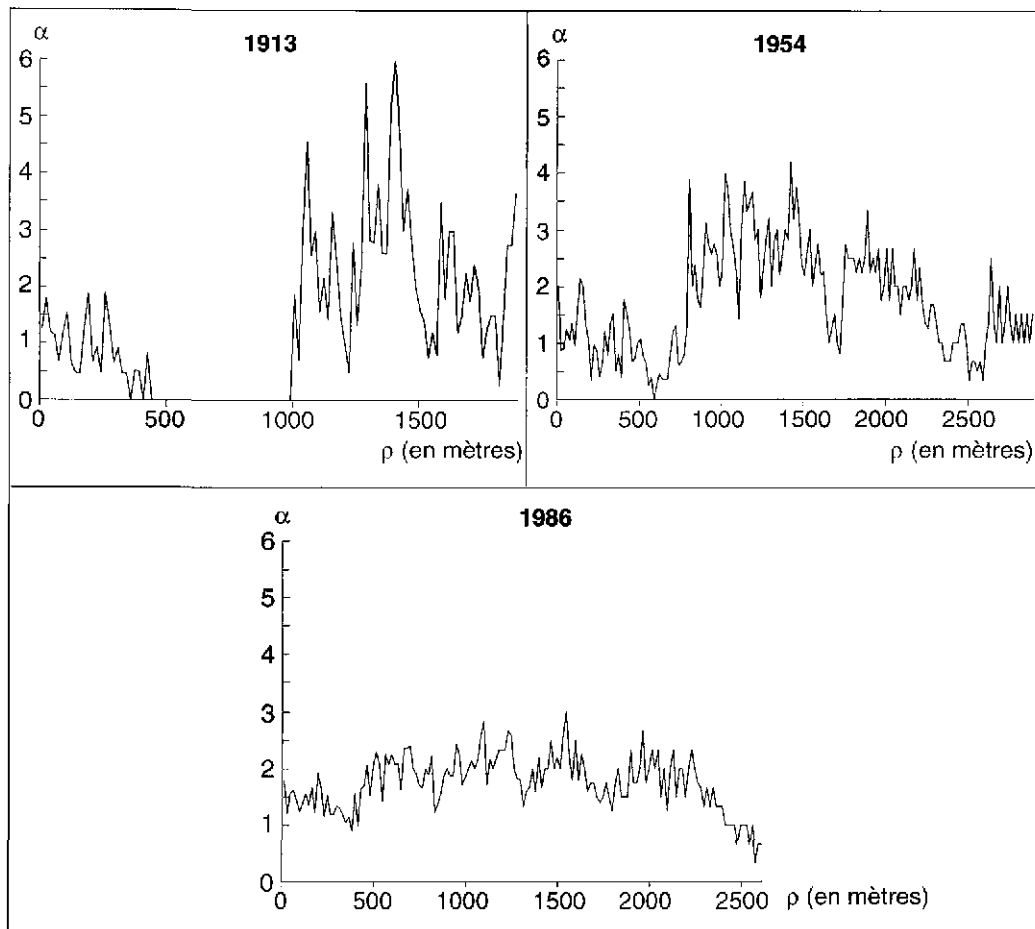
Dès que la taille de l'agrégat dépasse donc un certain seuil, le comportement scalant devient apparemment plus régulier : les fluctuations diminuent et atteignent une ampleur définitive que l'on trouve dans tous les tissus analysés. Ainsi les fluctuations observées pour Lons varient dans la même marge que celles de Besançon ou Montbéliard <sup>25</sup>.

Souvent le comportement dominant des courbes lissées devient en même temps plus homogène, comme le montrent les courbes qui retracent l'évolution spatiale de Lons ou les exemples de Montmorot et de Grand Charmont. Ainsi *l'urbanisation est accompagnée d'une organisation progressive de l'espace bâti, qui est de plus en plus marqué par une marginalisation des fluctuations locales autour d'un comportement scalant dominant*. Celui-ci montre souvent des caractéristiques comparables et ceci à toutes les échelles : en effet l'aspect des courbes obtenues pour les centres des zones métropolitaines ressemble à celui des villes moyennes.

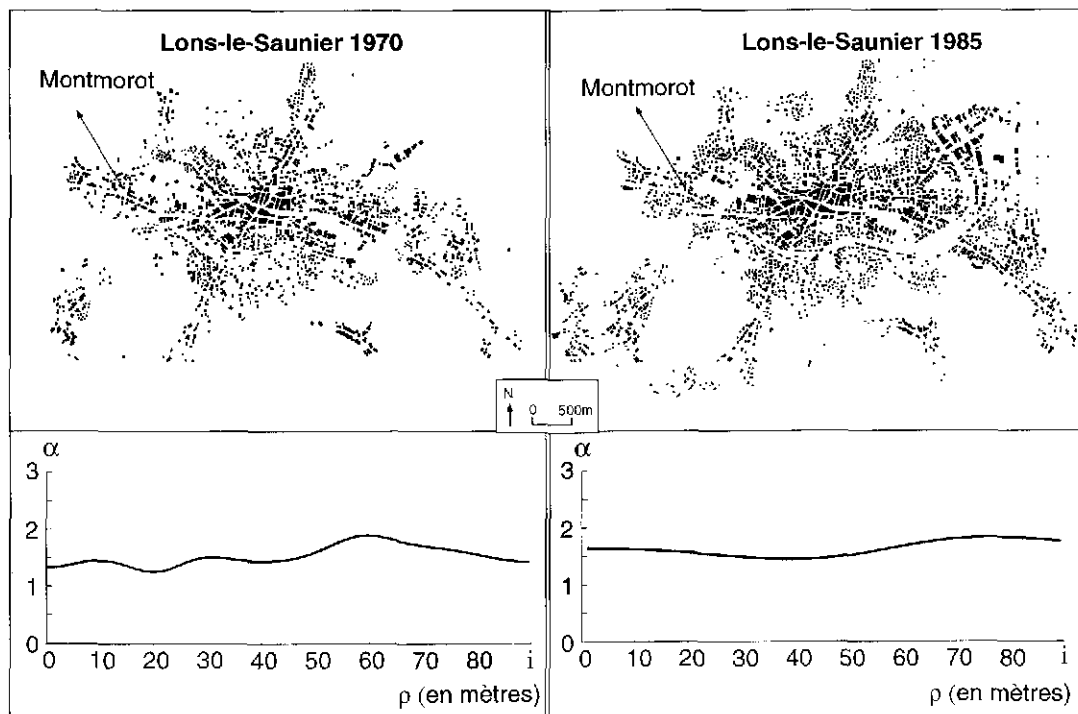
*La disparition progressive des fluctuations et l'apparition d'un certain type d'ordre spatial doit être interprété, d'un point de vue synergétique, comme l'émergence d'un certain type de structure loin de l'équilibre, donc comme un phénomène d'auto-organisation.*

---

<sup>25</sup>Nous ajoutons qu'on note la même marge à l'échelle métropolitaine, dans les courbes de Moscou, de St Petersburg ou de Stuttgart. Comme il s'agit dans ces cas d'une base cartographique différente, nous ne voulons pas surestimer ce résultat.



**Fig. 2.31** La courbe du comportement scalant de Grand Charmont à trois dates. On observe la diminution progressive des fluctuations au cours de l'urbanisation et la disparition de l'espace vide entre Montbéliard et Grand Charmont.



**Fig. 2.32** *L'absorption de Montmorot, village dans la périphérie de Lons-le-Saunier, entre 1970 et 1985. Le même centre de comptage a été choisi pour les deux périodes. En 1970, on observe dans la courbe lissée du comportement scalant plusieurs ruptures qui se situent alors entre les deux agglomérations. En 1985, seule une faible inflexion persiste.*

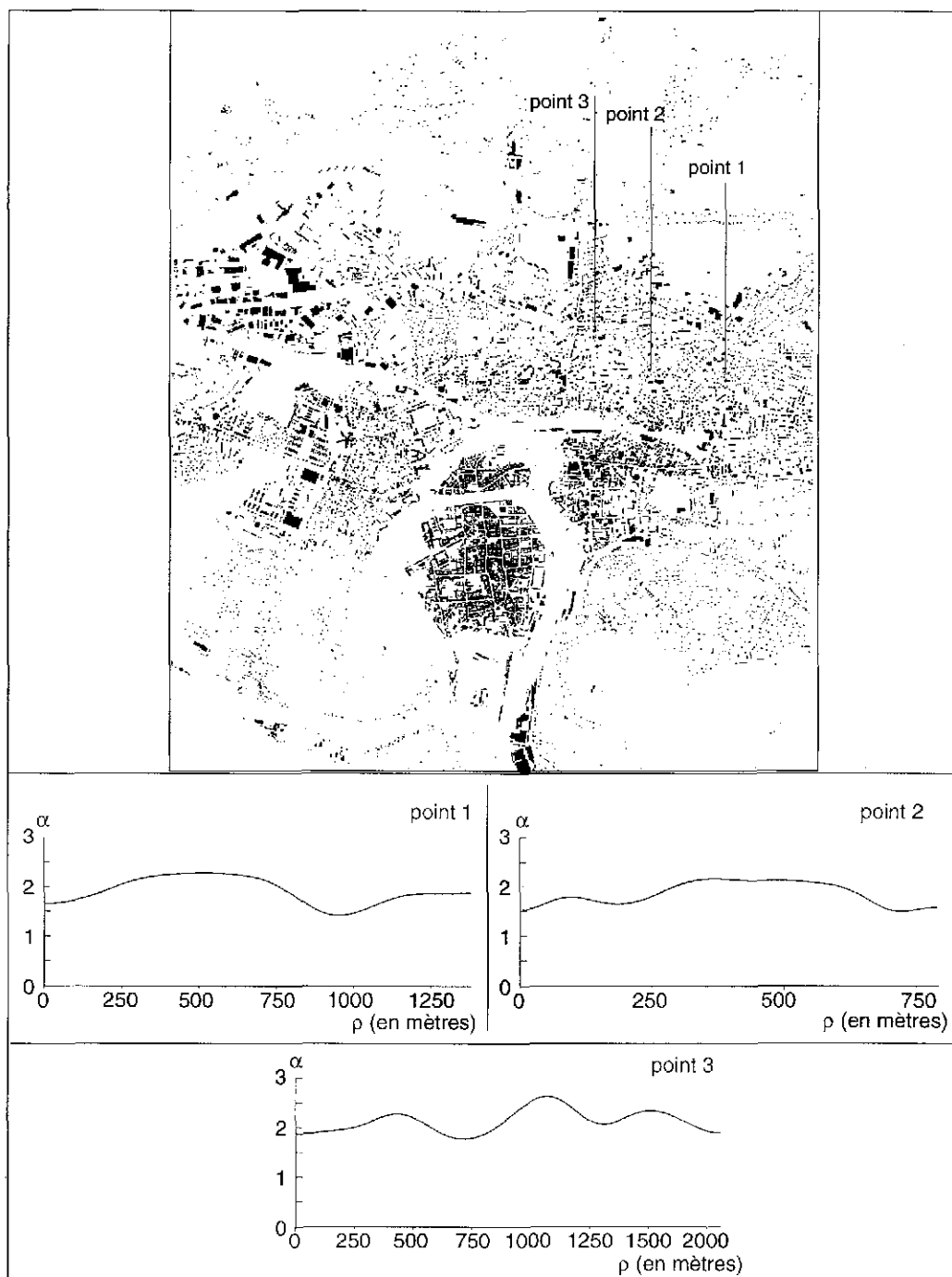
### 2.4.3.3 Les quartiers

Les villages de banlieue comme Montmorot, déjà marqués par le processus de périurbanisation ressemblent par l'organisation spatiale de leur tissu bâti souvent aux quartiers urbains situés en bordure de la ville. Afin d'étudier ce phénomène nous avons choisi trois points de comptage situés dans la

périphérie de Besançon. La figure 2.33 montre la position de ces trois points et les courbes lissées du comportement scalant correspondantes. En général, les courbes ne montrent pas une allure caractéristique, comparable à celle des centres-ville :

- la courbe de *Palente* (analyse à partir du point 1) montre quelques perturbations locales à proximité du centre de comptage, mais au-delà la valeur du paramètre  $\tilde{\alpha}(\rho)$  reste assez constante. Le bâti est constitué à cet endroit de grands immeubles, construits sur un plan régulier. Ceci se traduit dans la courbe par une valeur  $\tilde{\alpha}(\rho)$  lissée de la pente proche de deux, caractéristique d'un tissu homogène. L'inflexion vers les plus grandes distances s'explique par la limite du bâti vers le nord. Vers la limite extérieure de la zone étudiée, la courbe remonte, puisqu'on atteint les Chaprais, quartier à haute densité du bâti ;
- si l'on choisit un point de comptage plus à l'ouest, dans le quartier du *Chasnot* (point 2), l'allure de la courbe varie plus dans le voisinage immédiat du centre de comptage ce qui s'explique par la présence de deux grandes zones vides à l'Est et à l'Ouest de cet endroit. Pour de plus grandes distances elle remonte à des valeurs proches de deux, s'approche donc du comportement scalant observé pour Palente. En effet, la structure du bâti ressemble dans le quartier du Chasnot à celui de Palente. A une distance d'environ 750 m les valeurs  $\tilde{\alpha}(\rho)$  baissent avant de remonter ensuite. Comme à Palente on atteint à cette distance la bordure de la ville au nord, en revanche, pour les plus grandes distances, on entre dans le quartier des Chaprais ;
- l'aspect de la courbe obtenue pour le troisième point de comptage, situé plus au nord-ouest, est beaucoup plus irrégulier. La première inflexion de la courbe correspond à une zone dans laquelle on trouve plusieurs espaces vides ou faiblement bâtis au nord, et le tracé du chemin de fer, au sud. Le maximum suivant correspond au quartier des Chaprais avant que l'on observe un nouveau creux qui s'explique par le Doubs. Le centre ville provoque de nouveau une augmentation des valeurs  $\alpha$ .

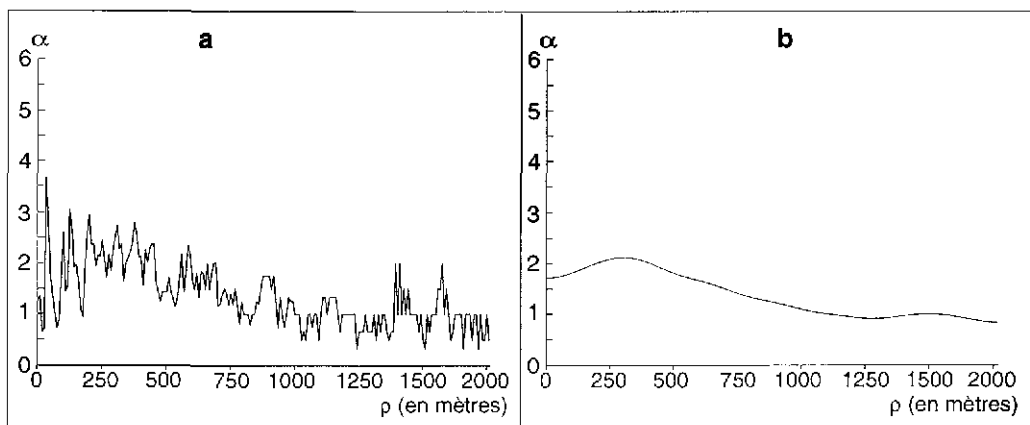
Ces observations confirment que l'allure de ces courbes se rapproche de celle observée pour des communes de proche banlieue telle que Montmorot.



**Fig. 2.33** Les trois points de comptage, situés dans la partie nord de la couronne périphérique de Besançon, et les courbes lissées du comportement scalant (cf. texte).

Un cas particulier est le quartier de Planoise, quartier récent, érigé dans les années soixante-dix et constitué de grands bâtiments (fig. 2.34). La courbe non lissée montre de grandes fluctuations qui s'expliquent par la taille des bâtiments : localement ceux-ci représentent des objets de dimension deux, séparés par des espaces vides dont l'étendue est beaucoup plus grande que dans les autres quartiers.

En revanche, la courbe lissée fait ressortir la localisation du quartier par rapport à l'ensemble de la ville. On observe, au-delà d'une hausse qui s'explique par les phénomènes locaux discutés, que la courbe s'affaisse doucement vers l'extérieur avant d'atteindre un palier à une certaine distance du centre de comptage. Par son aspect la courbe ressemble ainsi plus aux courbes obtenues pour les centres villes, même si la segmentation vers l'extérieur est moins marquée. Ceci montre que Planoise est suffisamment éloigné du centre urbain de Besançon pour que la courbe soit, au moins dans la portée de nos analyses, encore influencée par celui-ci. En outre la dilution radiale est assez importante dans la périphérie de Planoise : on observe au nord et au sud de grands espaces presque vides. Ainsi même la présence d'une masse bâtie importante dans la zone industrielle située au nord-est du point de comptage n'est pas suffisante pour influencer l'affaissement constant de la courbe.



**Fig. 2.34** Les courbes du comportement scalant de Planoise (a), et la courbe lissée (b) (cf. texte).



## 2.5 L'apport des analyses fractales des tissus urbains

### 2.5.1 Introduction

L'objectif de cette section est de reprendre, de façon synthétique, certains résultats obtenus à partir des différents types d'analyse utilisées. En particulier nous allons recourir à l'information complémentaire fournie par l'analyse radiale traditionnelle et sa réinterprétation, l'analyse du comportement scalant. Nous commençons par rappeler les caractéristiques principales des résultats. Ce type d'analyse globalise les informations sur un tissu bâti à partir d'un endroit particulier choisi comme centre de l'analyse. On constate que :

- l'on trouve des parties de courbes qui montrent une régularité parfois surprenante et qui traduisent la présence d'un comportement scalant constant dans les tissus analysés. En général on constate que l'aspect des courbes est plus régulier à l'échelle des agglomérations qu'à l'échelle intra-urbaine, où l'on remarque souvent des ruptures importantes qui traduisent la présence de plusieurs types d'organisation spatiale dans un même tissu (cf. fig. 2.8) ;
- l'analyse des *courbes du comportement scalant* permet d'approfondir ces observations. En particulier, elle permet de distinguer deux phénomènes différents:
  - les *fluctuations*, présentes dans l'ensemble de la zone étudiée qui doivent être attribuées à des effets locaux, tels que la présence de grandes espaces vides ;
  - le *comportement dominant*, dont le changement se manifeste à une portée de plus grandes distances et dont les variations reflètent des *ruptures dans l'organisation du tissu urbain*. Ces variations apparaissent nettement, surtout après lissage. Elles permettent de *segmenter de façon nette des zones selon leur organisation spatiale* ;
- l'on trouve même des villages dont le comportement scalant est comparable à celui des villes. C'est le cas si leur tissu montre une dilution assez régulière du bâti. Mais souvent les courbes deviennent très irrégulières à cette échelle ; les fluctuations, très importantes, dominent.

Toutefois, en comparant des zones périurbaines à différentes époques, nous avons pu constater au fur et à mesure de l'urbanisation que les courbes deviennent plus régulières (cf. discussion de Grand Charmont et Montmorot). *L'urbanisation se manifeste donc par l'apparition d'un tissu dont la morphologie suit un principe d'organisation déterminée, en dépit de son aspect irrégulier.*

Nous résumons le schéma des courbes du comportement scalant obtenues pour les noyaux urbains (cf. par exemple fig. 2.21, page 112) :

- dans le voisinage immédiat du centre de comptage, les courbes sont dans certains cas assez irrégulières par rapport à la partie suivante. Ceci s'explique par des perturbations locales, telles que la présence d'un bâtiment de taille importante dans le voisinage de ce centre. Ainsi en variant légèrement la position de ce dernier, on observe parfois un changement dans l'aspect de la courbe, mais *uniquement pour les points proches du centre de comptage : la taille des bâtiments représente la limite naturelle inférieure de l'organisation spatiale d'un quartier* <sup>26</sup> ;
- en s'éloignant du centre, on observe que le comportement scalant reste assez constant à une valeur assez élevée, pour les grandes villes. Cette zone correspond au noyau urbain ;
- quand on atteint la limite de cette zone centrale, assez restreinte pour les petites villes, la courbe du comportement scalant s'abaisse, une inflexion apparaît. Elle indique un changement dans l'organisation spatiale à cette distance du centre et fait apparaître une zone transitoire plus ou moins étendue selon la morphologie de l'agglomération ;
- suit une zone assez large qui correspond à la couronne périphérique de la zone urbanisée. La courbe est souvent d'une régularité impressionnante : on observe donc *un comportement scalant constant*, mais la valeur de l'exposant  $\alpha$  est plus faible que dans le noyau urbain ;
- vers l'extérieur apparaît de nouveau une zone transitoire, où la pente s'affaiblit souvent graduellement et marque la limite de l'agglomération.

Nous constatons que *le comportement scalant* reste assez *constant*, aussi bien à l'intérieur des noyaux que dans la zone périurbaine. Ceci signifie que l'organisation spatiale suit, dans ces zones, *une loi fractale*.

---

<sup>26</sup>Pour des quartiers constitués de grands immeubles ce seuil se situerait à une distance plus importante, ce qui est confirmé par des analyses de Besançon-Planoise.

La fait que l'on trouve ce type de comportement scalant dans un certain nombre de villes peut s'expliquer par la morphologie tentaculaire des zones urbanisées : au-delà d'une certaine distance du centre, apparaissent de vastes zones vides qui séparent les zones urbanisées situées à proximité des axes de transport.

En revanche, il paraît surprenant que l'on trouve le même type de courbe pour Besançon, où le tissu urbain prend une forme d'éventail. Apparemment les courbes traduisent que la dilution radiale suit, *de façon globale*, une logique comparable dans toutes les agglomérations.

Si la majorité des centres villes montrent un comportement scalant comparable nous rappelons que les analyses ont mis en évidence la particularité du tissu urbain de la région de Montbéliard constitué de plusieurs villes de taille semblable.

### **2.5.2 Le comportement scalant des noyaux urbains : un phénomène indépendant de la taille des agglomérations**

L'analyse des centres villes nous a montré qu'il existe un grand nombre d'agglomérations où l'on trouve le type de comportement scalant décrit plus haut. En particulier ce comportement ne semble pas limité à une échelle particulière : nous l'avons trouvé dans des villes comme Lons-le-Saunier, Dole ou Besançon, mais aussi dans les zones métropolitaines, même si la *représentation cartographique utilisée cache certainement des détails de la microstructure urbaine*. Nous rappelons les analyses de Pittsburgh, Los Angeles, Stuttgart, St Peterbourg et Moscou <sup>27</sup>.

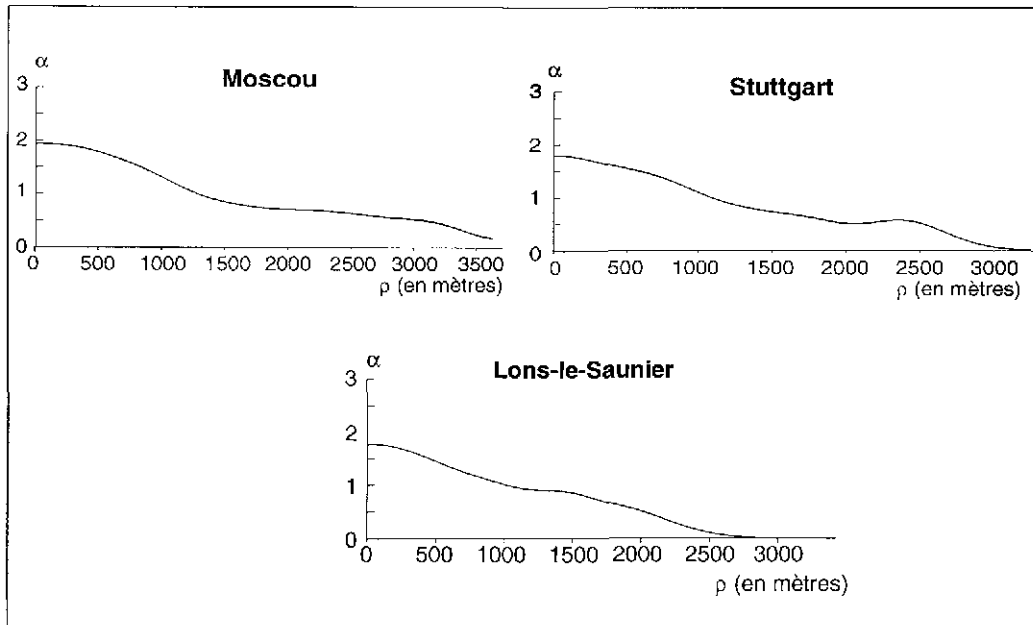
*L'organisation spatiale des tissus urbains paraît donc suivre le même principe d'ordre interne à différentes échelles, il s'agit donc d'un phénomène d'auto-similarité.*

L'aspect particulièrement régulier d'un grand nombre de courbes obtenues pour les noyaux urbains montre que ceux-ci jouent le rôle de centres de la dilution radiale du bâti. Ils représentent donc d'une certaine manière *des centres de symétrie* dans la morphologie des tissus urbains.

---

<sup>27</sup>A l'échelle des zones métropolitaines, la distinction du comportement scalant entre le noyau urbain et la périphérie a été signalée par d'autres auteurs, notamment par R.White, qui parle dans ce contexte d'un *comportement bi-fractal* [Whi94a], [Whi94b].

La fig. 2.35 montre les courbes lissées de trois villes de taille bien différente, celle de Lons-le-Saunier de Stuttgart et de Moscou.



**Fig. 2.35** Les courbes lissées du comportement scalant de Moscou (a), de Stuttgart (b) et de Lons-le-Saunier (c) (cf. texte).

### 2.5.3 Vers une segmentation des tissus urbains

Nous avons vu que les courbes lissées du comportement scalant décrivent l'organisation des tissu urbains. En particulier :

- nous rappelons que l'analyse radiale *globalise l'information* sur le tissu urbain pour les différentes distances  $\rho$  au centre de comptage choisi.
- nous avons constaté que le caractère général du comportement scalant, tel qu'il apparaît dans les courbes lissées, n'est pas affecté si l'on déplace légèrement le centre de comptage à l'intérieur d'un quartier.
- dans beaucoup de cas, il existe dans les courbes lissées des paliers où l'on n'observe guère de variations de l'exposant  $\tilde{\alpha}(\rho)$ , valeur convoluée de  $\alpha$ . Ce type de comportement est particulièrement typique des courbes de centres villes.

*Le comportement scalant reste donc constant, et il peut être caractérisé directement par la valeur  $\tilde{\alpha}(\rho) = D_r$  qui joue alors le rôle d'une dimension radiale moyenne. Ceci indique que la dilution radiale du bâti suit, à partir du centre choisi, une loi parétienne.*

- en revanche, s'il existe des paliers, ceux-ci sont souvent séparés par des zones dans lesquelles le comportement scalant varie. *Ces variations indiquent des ruptures dans l'organisation spatiale du tissu urbain à cette distance du centre de comptage.*
- les analyses dans la partie nord de la couronne périphérique de Besançon ont montré que l'aspect des courbes peut changer dès qu'on choisit des centres de comptage assez éloignés l'un de l'autre. En général, l'aspect des courbes des quartiers périphériques est moins typé et il se distingue nettement de celui des courbes des centres villes.

Des analyses ponctuelles ont montré que les courbes deviennent souvent moins régulières si l'on choisit un centre de comptage à un endroit, où les analyses radiales, réalisées à partir d'autres centres de comptage, ont mis en évidence une rupture dans l'organisation du tissu bâti.

*Ceci indique qu'il s'agit de zones où le comportement scalant est mal défini, donc où l'organisation spatiale dans le tissu bâti change.*

- Cette observation nous rappelle notre remarque sur le rôle des centres villes, qui représentent, en revanche, eux, des *centres de symétrie du comportement scalant.*

L'analyse radiale permet donc :

- de distinguer des endroits où l'organisation spatiale change,
- de déterminer des zones de dilution radiale régulière,
- de trouver des centres de symétrie de la dilution radiale,

et ainsi d'explorer l'organisation d'un tissu urbain.

En déplaçant progressivement la position du centre de comptage, on obtient une information détaillée sur l'aspect du tissu urbain tel qu'il se présente à partir de ces différents endroits.

L'analyse radiale, à la fois *locale*, par rapport au point de comptage, et globale, en ce qui concerne l'information sur le voisinage de ce point, fournit donc non seulement *un outil pour segmenter dans les tissus urbains des zones selon*

leur comportement scalant, mais aussi constitue un descripteur du tissu urbain. Nous rappelons d'ailleurs notre remarque sur le lien entre la perception de l'espace urbain et l'analyse radiale.

#### 2.5.4 Vers une classification des tissus urbains

Si l'analyse des ruptures sert à segmenter et à décrire la morphologie des différents quartiers dans un tissu urbain, le caractère synthétique des courbes d'analyse permet aussi de *comparer* l'organisation spatiale dans les tissus bâtis :

- les analyses des centres villes ont montré que le comportement scalant présente souvent des caractéristiques similaires que nous avons décrit plus haut :
  - cependant le cas de Montbéliard a montré qu'il existe aussi des différences dans l'organisation spatiale des centres villes.
  - en revanche, la courbe obtenue à partir de l'entreprise Peugeot et les observations faites pour l'analyse de Besançon-Planoise montrent qu'on peut trouver des centres de symétrie de la dilution radiale ailleurs que dans les centres villes ;
- la valeur lissée  $\tilde{\alpha}(\rho)$  de l'exposant scalant représente une *mesure moyenne* qui globalise le comportement scalant à l'intérieur d'une couronne circulaire située à une certaine distance  $\rho$  du centre de comptage. Ainsi pour caractériser un quartier particulier, il est nécessaire d'effectuer l'analyse à partir du centre de celui-ci et de caractériser le quartier par la valeur moyenne  $\tilde{\alpha}(\rho)$  obtenue au voisinage de ce centre ;
- parfois l'ampleur des fluctuations nous a servi d'indicateur du degré d'organisation spatiale : plus les fluctuations sont importantes, moins l'organisation spatiale semble définie. Nous rappelons dans ce contexte l'étude à différentes périodes de Grand Charmont dans la périphérie de Montbéliard et de Montmorot près de Lons-le-Saunier. Dans les deux cas les fluctuations traduisaient le degré d'urbanisation ;
- nous rappelons aussi que pour certains tissus, le caractère des courbes reflète la microstructure du bâti :
  - dans les quartiers constitués de grands bâtiments, des paliers peuvent apparaître, dus à la grande taille et des bâtiments et des espaces vides ;

- des fluctuations particulières peuvent apparaître dans les quartiers pavillonnaires, constitués de petits bâtiments mais entourés d'assez grands espaces vides ;
- à l'échelle métropolitaine, la différence dans l'ampleur des fluctuations à Los Angeles par rapport à d'autres métropoles a également été un indicateur utile de l'organisation spatiale de la ville.

Trois indicateurs paraissent donc des outils adaptés *pour comparer et pour classer* les tissus urbains selon leur morphologie :

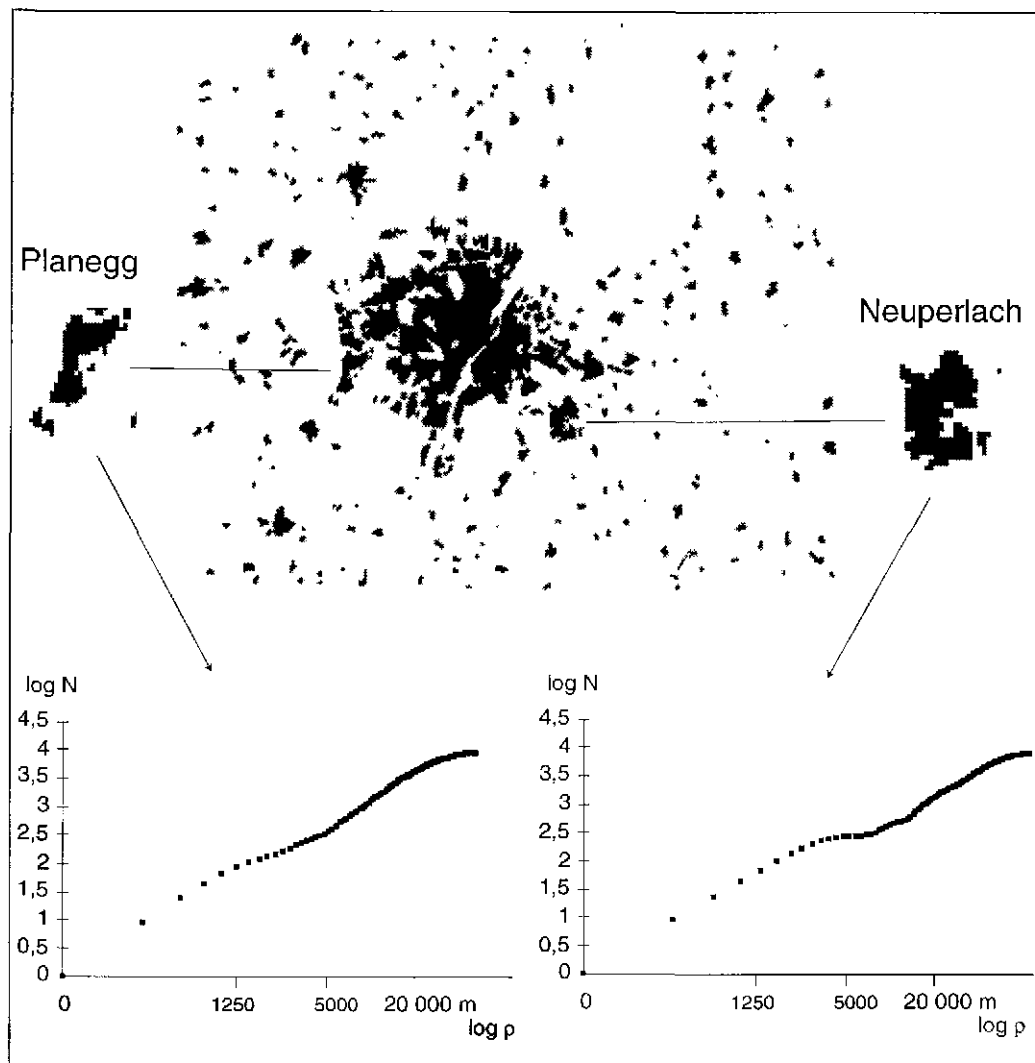
- l'aspect des courbes lissées ;
- la valeur des exposants scalants après lissage ;
- l'ampleur des fluctuations.

### 2.5.5 Le degré d'absorption spatiale

Si les analyses radiales permettent d'étudier le tissu bâti à l'intérieur des villes, les analyses fractales peuvent aussi servir à étudier *le degré d'absorption* d'une zone périurbaine dans l'aggrégat central. Une telle analyse peut être réalisée à différentes échelles cartographiques.

La fig. 2.36 montre la courbe radiale de deux communes dans la banlieue de Munich selon une représentation cartographique au 1:500 000. Dans les deux cas, l'analyse a été effectuée à partir du centre des agglomérations périurbaines. On distingue facilement les différences qui résultent de la localisation des agglomérations :

- à *Planegg* presque aucune inflexion n'apparaît sur la courbe, la commune est en effet pratiquement absorbée par l'aggrégat central. Ainsi la courbe ressemble plutôt à celle d'un quartier périphérique d'une ville.
- à *Neuperlach*, ville assez éloignée du centre, la courbe montre l'inflexion caractéristique qui apparaît à la distance où l'on atteint la limite de la zone urbanisée de Neuperlach. En poursuivant l'analyse vers de plus grandes distances, on observe que la courbe remonte dès qu'on entre dans l'aggrégat central de Munich. Il existe donc une rupture nette entre les deux agglomérations.



**Fig. 2.36** *La surface bâtie de Munich et l'analyse radiale de Planegg et de Neuperlach. Planegg est presque absorbée par l'agglomération et la courbe montre donc une faible inflexion, Neuperlach est encore située hors de l'aggrégat central ce qui se manifeste dans la courbe par une segmentation nette.*

Ajoutons que cet aspect des courbes apparaît si l'on se positionne au centre de l'agglomération périurbaine comme si l'on choisit le centre de l'aggrégat principal. Cependant, si plusieurs zones de banlieue sont situées approxima-



tivement à la même distance du noyau urbain, l'analyse radiale totalise la présence de surface bâtie, ce qui risque d'atténuer l'effet de segmentation.

Différentes analyses réalisées au 1:50 000 ont donné les mêmes observations. Nous rappelons les analyses de Montmorot près de Lons-le-Saunier, de Grand Charmont et d'Etupes dans la zone urbanisée de Montbéliard. L'analyse de ces tissus, à plusieurs dates, a mis en évidence l'intégration progressive de ces communes dans l'agrégat voisin dominant. Nous ajoutons qu'il est même possible de visualiser le degré d'absorption de villages situés dans la banlieue de petites villes, comme on l'a observé dans le cas de Bletterans dans la région de Lons.

L'exemple de Montmorot a montré que l'utilisation de la courbe lissée du comportement scalant facilite la lisibilité de ce phénomène dans la représentation graphique des résultats. En effet, le degré d'absorption est remarquable dans le cas de Montmorot : la valeur de l'exposant scalant  $\tilde{\alpha}(\rho)$  varie moins dans cette courbe que dans celles de certains quartiers périphériques de Besançon.

*Au niveau de sa morphologie une telle commune a donc perdu son caractère autonome, elle s'est intégrée dans l'organisation spatiale de l'agrégat central, même si les limites administratives ne prennent pas en compte cette évolution.*

### **2.5.6 L'analyse spatiale de la croissance du tissu urbain**

La comparaison des résultats d'analyses obtenus pour certaines villes à différentes dates a permis de retracer la morphogénèse de leurs tissus urbains.

Les analyses de la corrélation temporelle mettent en évidence que *le comportement scalant change rarement à l'intérieur des noyaux urbains*. Dans un cas, à Dole, des analyses en cours ont même mis en évidence une diminution du bâti qui s'explique par la disparition de certains bâtiments industriels.

En revanche, *l'urbanisation affecte fortement les zones périphériques*. Pour la plupart des villes, on observe dans les courbes des centres villes que la zone transitoire entre le noyau urbain et la couronne périphérique s'éloigne progressivement du centre. Le comportement scalant des zones soumises à cette transformation s'approche de celui du centre ville. Ceci indique que, dans ces zones périphériques, l'organisation spatiale du bâti suit progressivement la même logique de dilution radiale que dans le centre.

Nous en donnons quelques exemples dans le tableau 2.2 qui montre l'évolution des dimensions radiales dans les centres villes de deux zones métropolitaines, Berlin et Munich, et d'une petite ville, Lons-le-Saunier <sup>28</sup>. Les valeurs sont, à chaque période, pour le noyau urbain, estimées à partir *du domaine de distance  $\rho$ , inférieur à la première rupture du comportement scalant.*

Tableau 2.2: L'évolution des dimensions fractales pour trois agglomérations

Berlin	$D_r$	$D_q$	Munich	$D_r$	$D_q$	Lons	$D_r$
1875	1,96	1,43	1800	1,97	0,68	1913	1,70
1910	1,94	1,43	1850	1,98	0,85	1947	1,79
1920	1,94	1,54	1900	1,96	1,00	1970	1,72
1945	1,97	1,68	1950	1,96	1,39	1981	1,81
			1965	1,96	1,48		

$D_r$  dimension radiale

$D_q$  dimension du quadrillage

On remarque que la dimension radiale du centre ne varie effectivement pas beaucoup au cours de la période d'observation, au moins pour Berlin et Munich. A Munich, la dimension reste même constante au cours des périodes 1900 à 1950 et 1950 à 1965. Le fait d'avoir utilisé une plus grande échelle pour Lons-le-Saunier explique la variation plus importante <sup>29</sup>.

Dans le cas de Munich et de Berlin, nous avons également indiqué la dimension du quadrillage, mesure globale qui décrit la répartition du bâti dans l'ensemble de la zone métropolitaine. Le fait que ces mesures augmentent au cours du temps reflète l'urbanisation progressive de l'arrière-pays [Fra94a]. A Berlin, cette évolution se manifeste après 1910 ce qui s'explique par l'apparition de plusieurs sous-centres périphériques situés sur des voies de transport importantes.

A Besançon, l'urbanisation n'affecte pas la zone en éventail au voisinage de la boucle : la valeur moyenne  $\tilde{\alpha}(\rho)$  de l'exposant scalant de cette zone est inférieure à celle du centre (cf. fig.2.21). L'urbanisation est plutôt repoussée au-delà de la couronne périphérique en direction de la bordure de la zone urbanisée. Ainsi la couronne périphérique a déjà atteint un degré définitif

<sup>28</sup>La base cartographique était le 1:500 000 pour les métropoles, le 1:50 000 à Lons.

<sup>29</sup>Cependant même à Lons, la différence des valeurs du centre ville entre différentes périodes est inférieure à la variation des valeurs obtenues pour différents centres de comptage situés en périphérie de la ville.

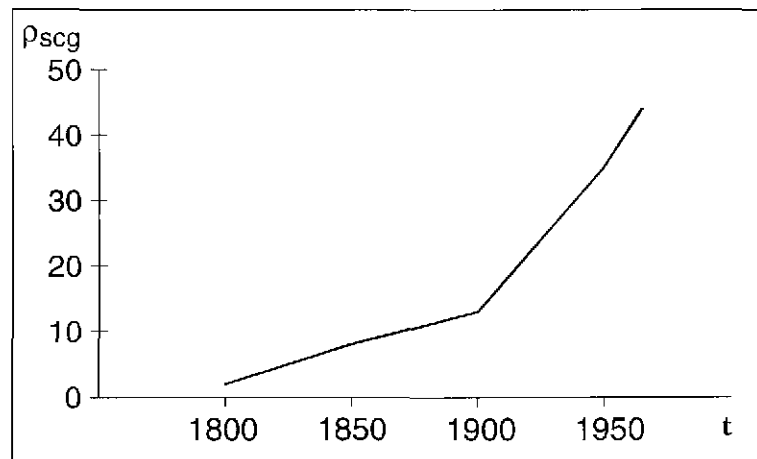
d'urbanisation, cependant le comportement scalant se distingue de celui du centre ville.

Dans les *zones périphériques* les courbes tendent à devenir plus régulières au cours de l'urbanisation. Nous rappelons la séquence de courbes obtenues pour le centre de Lons (fig. 2.30).

En outre les fluctuations s'atténuent comme l'ont montré par exemple les analyses de Grand Charmont, d'Etupes et de Montmorot.

Afin de mieux mettre en évidence l'évolution spatiale telle qu'elle se manifeste par le biais des analyses fractales, il est possible de déterminer la *distance au centre*  $\rho_{seg}$  où l'on observe la première rupture dans le comportement scalant. Dans le cas des zones métropolitaines, ce *rayon de segmentation* sépare le noyau urbain de la zone périurbaine. La fig 2.37 montre l'évolution de ce paramètre pour l'agglomération de Munich. La courbe du rayon de segmentation indique une accélération de l'extension spatiale à partir de 1900.

*En disposant de séquences temporelles plus rapprochées il serait possible d'utiliser cette information pour calibrer un modèle qui simule la dynamique urbaine.*



**Fig. 2.37** *L'évolution du rayon de segmentation à Munich.*

*La discussion des résultats obtenus nous permet de résumer les principaux phénomènes du processus d'urbanisation tel qu'il se lit dans les courbes d'analyse radiale :*

- *si la dimension radiale reste constante au cours du temps dans beaucoup d'agglomérations, il n'y a pas densification à l'intérieur de la zone urbanisée, la ville croît uniquement en périphérie.*
- *si l'on observe, en outre, que, par leur comportement scalant, les couronnes périphériques des villes s'approchent de celui des noyaux urbains, la répartition de la surface bâtie ajoutée suit dans ces cas le même principe de dilution radiale observée au centre de l'agregat. Un tel mode de croissance correspond au principe allométrique, souvent observé dans des systèmes biologiques [Fra94b].*
- *si, dans les zones périphériques, l'exposant  $\tilde{\alpha}(\rho)$  qui caractérise le comportement scalant moyen, approche la valeur du centre ville ou reste inférieure à celle-ci, les tissus urbains ne tendent pas vers une répartition homogène de la surface bâtie, mais conservent une dilution radiale suivant une loi fractale. Nous rappelons qu'un tissu homogène est caractérisé par une valeur  $\tilde{\alpha}(\rho) = 2$ .*
- *si l'on observe à la fois une diminution des fluctuations dans les courbes du comportement scalant, une régularité croissante des courbes lissées et un comportement scalant dans les couronnes périphériques et les communes périurbaine qui s'approche de celui des noyaux urbains le processus d'urbanisation doit être interprété comme phénomène structurant, en dépit de la morphologie fragmentée des tissus urbains.*

*Comme cette structuration progressive des zones urbanisées n'est pas le résultat d'une politique d'aménagement, elle doit être considérée comme phénomène d'auto-organisation. Nous rappelons la discussion des phénomènes socio-économiques, susceptibles de contribuer à l'émergence de cette morphologie [Fra94b].*

*En particulier les résultats mettent en évidence le rôle prépondérant de l'agregat central dans ce processus de structuration. Une telle dynamique rappelle le principe de domination, discuté dans le premier chapitre. D'un point de vue synergétique on distinguerait deux dynamiques : d'une part, l'adaptation rapide de l'évolution des communes périurbaines au comportement de l'agregat principal, d'autre part la dynamique dominante de l'agregat*

principal. En effet, dans un système de peuplement, on imagine qu'une agglomération particulière puisse bénéficier d'une situation avantageuse, soit par des privilèges politiques, soit par sa localisation. Ainsi la présence d'un gué, la proximité d'un gisement de sel (Lons-le-Saunier) ou, plus tard de minerais ou de charbon, ont favorisé certaines villes, souvent au détriment de leur voisinage : dès que l'agglomération exerce une certaine fonction de lieu central, les agglomérations voisines risquent de perdre leur indépendance <sup>30</sup>.

Le type d'organisation spatiale ainsi que sa dynamique est bien décrite par la séquence des courbes lissées du comportement scalant. En recourant à la terminologie synergétique nous identifions donc l'exposant lissé  $\tilde{\alpha}$  comme paramètre d'ordre qui représente une mesure synthétique de l'organisation spatiale du tissu bâti. Les écarts entre courbe du comportement scalant et courbe lissée peuvent servir d'indicateur pour le degré de structuration du tissu <sup>31</sup>.

---

<sup>30</sup>W.Weidlich et G.Haag ont proposé un modèle synergétique d'un réseau de ville qui montre la croissance spontanée d'une ville au détriment des autres [Wei88]. Le modèle multi-agents, élaboré au sein de l'équipe P.A.R.I.S. [Gue95] montre également l'apparition d'une hiérarchie urbaine à partir de poussées d'innovations. Toutefois dans les deux cas il s'agit de modèles démographiques et non d'une approche morphogénétique [Fra94b].

<sup>31</sup>Un tel point de vue rappelle l'analyse de l'exposant de Pareto dans le système des villes. Les variances observées lors de l'estimation de cet exposant servaient également à caractériser le degré d'ordre dans le système.

# Chapitre 3

## Perspectives des futures recherches

### 3.1 Introduction

*Après avoir résumé les résultats obtenus au cours des trois dernières années dans le cadre du projet "PIR-villes", nous discutons quelques perspectives de recherches pour le futur.*

*Deux thématiques seront présentées :*

- *dans une première partie nous parlons de projets en cours qui concernent la poursuite des travaux sur l'analyse de la morphologie et la morphogénèse urbaines, basés sur la géométrie fractale. En outre, sont présentées certaines idées sur un élargissement conceptuel, ainsi que sur des applications de méthodes à d'autres échelles géographiques. Ces propositions s'intègrent dans une réflexion sur l'élaboration de mesures morphologiques qui puissent servir à l'aménagement du territoire.*
- *dans une deuxième partie nous proposons d'élaborer un modèle qui permette de simuler et de visualiser des scénarios d'évolution urbaine, d'élaborer un outil d'aide à la décision en matière d'aménagement pour évaluer l'impact d'un projet d'aménagement sur l'organisation spatiale de la zone en question et le fonctionnement urbain et régional <sup>1</sup>.*

*La conception de ce modèle est basée sur les résultats obtenus par*

---

<sup>1</sup>Nous avons été invité à présenter ce modèle lors du Congrès "Urban Utopia" organisé par la Commission Européenne (DGXII).

*les analyses fractales de la morphogénèse urbaine et intègre en même temps des aspects discutés dans le premier chapitre. Ainsi le modèle cherche à simuler l'émergence des tissus urbains comme le résultat de phénomènes d'auto-organisation issus des interactions entre les acteurs socio-économiques, et à présenter la manifestation de ces phénomènes à différentes échelles géographiques.*

## **3.2 Perspectives pour les analyses spatiales des tissus urbains**

### **3.2.1 Enrichir les analyses morphologiques**

#### **3.2.1.1 Introduction**

*Les analyses discutées dans le chapitre 2 ont surtout été réalisées au moyen de l'analyse radiale, l'analyse du comportement scalant étant basée sur celle-ci. Les avantages de ces deux méthodes sont indéniables ; les résultats obtenus sont faciles à interpréter : elles rassemblent l'information sur le tissu urbain à partir d'un endroit choisi et ainsi s'approchent de notre perception de l'espace.*

*Cependant les analyses réalisées à l'échelle du 1:500 000 lors des investigations antérieures (cf. [Fra94b]) ont montré l'intérêt d'utiliser des mesures morphologiques qui décrivent l'organisation spatiale d'un tissu urbain dans son ensemble. Ainsi les analyses du quadrillage et les analyses de corrélation ont permis de comparer des zones métropolitaines de morphologie différente et d'étudier le phénomène de périurbanisation. Les dimensions fractales observées pour les tissus assez homogènes de certaines agglomérations américaines et australiennes s'approchaient de deux. En revanche, les dimensions étaient nettement plus basses pour les agglomérations européennes, notamment dans les cas où les zones périurbaines sont constituées d'un certain nombre de villes et de villages qui forment un ensemble d'agrégats de tailles différentes.*

*Pour l'analyse des tissus urbains à grande échelle, de telles analyses peuvent également être avantageuses, puisqu'elles peuvent fournir des informations complémentaires à celles obtenues par l'analyse radiale : on considère par exemple un quartier comme entité spatiale et on étudie des phénomènes hiérarchiques à l'intérieur de celui-ci. L'information sur la zone considérée*

est ainsi totalisée et on peut supposer que les courbes d'analyse sont moins sujettes à fluctuations. Les analyses peuvent alors non seulement contribuer à une meilleure connaissance des tissus urbains, mais aussi s'avérer utiles pour la classification ou la segmentation automatique des quartiers.

Nous commençons par présenter quelques résultats préliminaires qui montrent l'intérêt d'approfondir ces investigations basées sur l'analyse du quadrillage. Dans la section suivante, nous discutons d'autres méthodes d'analyse globales qui se sont déjà avérées prometteuses pour l'investigation des tissus urbains.

Un des avantages principaux que présentent les analyses fractales est la possibilité de mettre en évidence l'organisation hiérarchique dans des textures, même si celles-ci paraissent complètement irrégulières. Or, comme l'a en particulier montré la discussion des analyses du comportement scalant, celui-ci peut varier dans une même texture à certains endroits, mais d'autre part on peut aussi observer des fluctuations locales autour d'un comportement fractal dominant dans une zone. Il serait souhaitable de pouvoir distinguer dans une texture la part expliquée par son comportement scalant d'un "bruit" complètement aléatoire, donc gaussien<sup>2</sup>. Ceci permettrait aussi de mettre en évidence à quel point le comportement scalant suffit pour décrire la texture en question et si les résultats révèlent l'existence d'autres phénomènes structurants. Nous rappelons dans ce contexte la discussion sur le rôle des préfacteurs dont la variation locale n'est pas nécessairement le résultat de perturbations aléatoires. Elle peut aussi permettre de déceler la présence de lacunes dans une fractale régulière.

Nous allons poser la question de l'existence de méthodes appropriées pour séparer les phénomènes scalants des résidus afin d'analyser ceux-ci au moyen de méthodes statistiques.

La définition de la dimension fractale telle qu'elle est donnée par une application itérée, ne tient compte que du nombre d'éléments qu'on trouve à une certaine étape, mais de non leur localisation dans le tissu. La fig. 3.1 montre deux fractales qui ont la même dimension bien que la répartition des lacunes soit différente. Les méthodes d'analyse utilisées pour l'investigation des structures empiriques sont basées sur la même logique et totalisent donc l'information sur les phénomènes hiérarchiques de la même façon.

Pour caractériser les tissus urbains, cette information ne suffit pas toujours. Prenons comme exemple la ville de Besançon. Le comportement scalant de ce tissu ressemble à celui d'autres villes, bien qu'il s'agisse d'un plan en

---

<sup>2</sup>Une telle démarche correspond à une analyse statistique des résidus.



éventail alors que d'autres villes montrent une morphologie tentaculaire. Il est évidemment intéressant de disposer d'une méthode qui permette de comparer dans des tissus bâtis aussi différents, la diminution de l'intensité du bâti vers la périphérie d'une agglomération. Cependant pour décrire la morphologie urbaine, il serait important de disposer de mesures complémentaires qui permettent de distinguer à une échelle particulière si un tissu est constitué de peu de grands espaces vides ou d'une multitude de petits espaces. En particulier pour l'aménagement une telle distinction serait importante, puisque la taille des zones vides peut représenter un phénomène important pour le fonctionnement d'une ville.

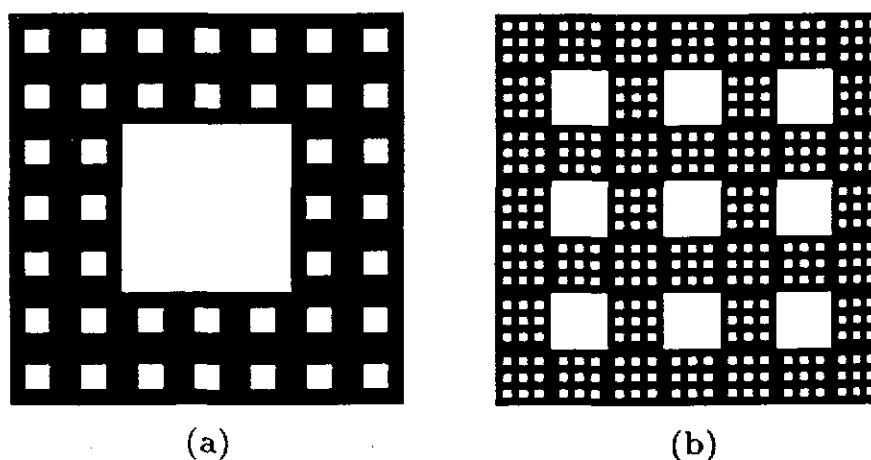


Fig. 3.1 Deux objets géométriques à dimension fractale identique, mais à lacunarité différente (source : [Man83])

L'objectif des réflexions méthodologiques présentées est ainsi :

- d'améliorer la connaissance de l'organisation spatiale des tissus urbains et leur évolution. Il est prévu d'utiliser ces résultats pour l'élaboration et la validation de modèles permettant de simuler la dynamique urbaine (cf. plus loin) ;
- de rendre opérationnelles certaines méthodes en vue d'une segmentation et d'une classification automatiques. Ceci pourrait s'avérer utile en télédétection dans les cas où les tissus urbains sont difficiles à distinguer d'autres éléments présents dans la base de données brutes ;
- de développer des modèles de référence qui peuvent aider l'urbaniste à visualiser certains caractères dominants dans les tissus urbains :

*l'identification du bruit permet de mettre en évidence la part du tissu urbain qui peut être expliqué par le comportement scalant. Ainsi il est possible de simuler des textures régulières dont le comportement scalant est identique à celui des tissus réels afin de contribuer à une meilleure connaissance de l'organisation spatiale des agglomérations ;*

- *d'élaborer des mesures spatiales appropriées aux besoins de l'aménagement du territoire. En particulier l'analyse radiale, proche de notre perception de l'espace, pourrait s'avérer une bonne base pour caractériser l'accessibilité de certains équipements, services, zones de loisirs, etc. dans un quartier. D'autres mesures basées sur la lacunarité compléteront cette information.*

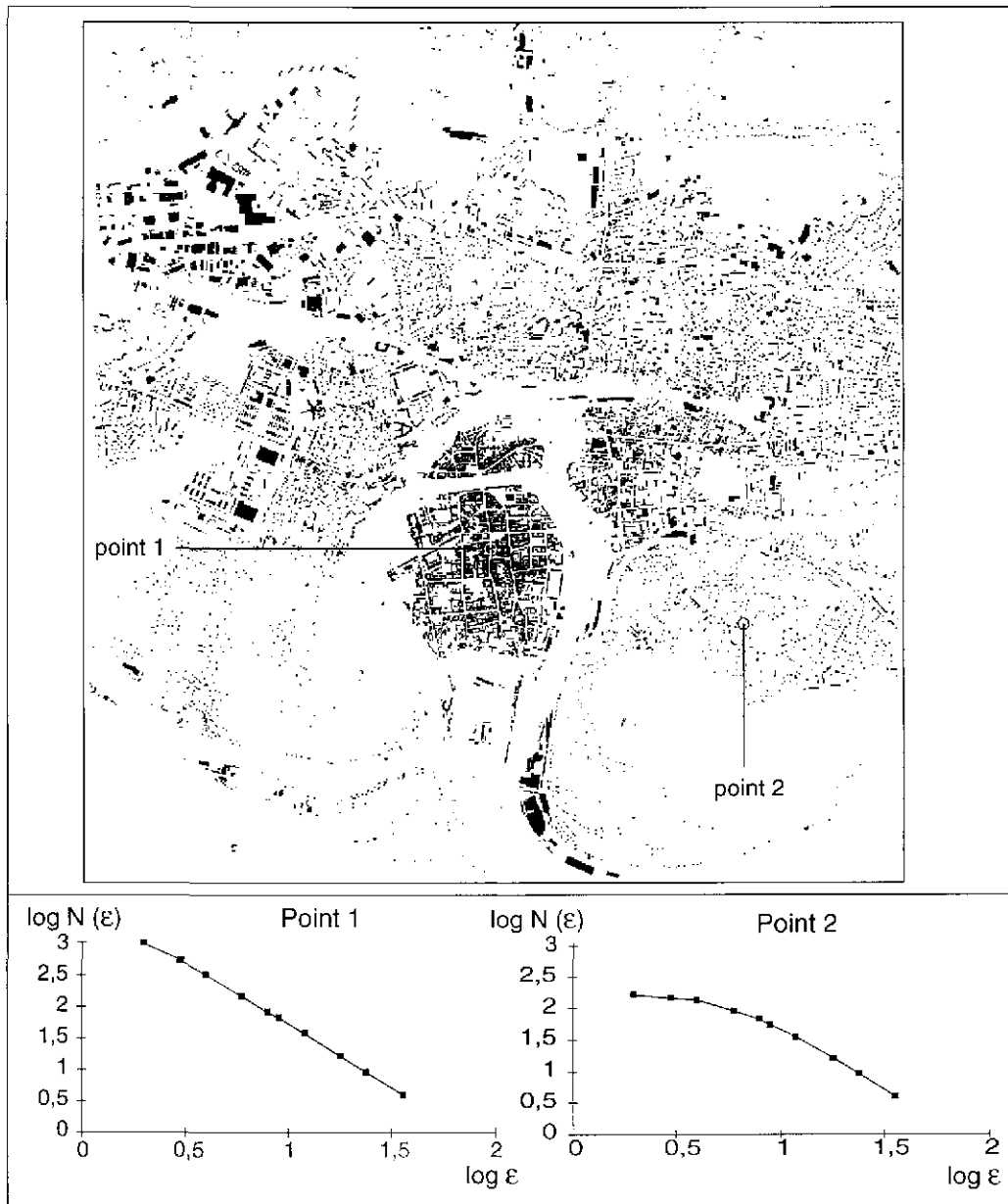
### **3.2.1.2 L'analyse du quadrillage – quelques résultats préliminaires**

L'analyse du quadrillage se réfère à une fenêtre de taille limitée (cf. plus haut). Si on se trouve dans une zone densément peuplée et si les mailles sont encore assez grandes, on risque de trouver dans toutes les mailles des points occupés, puisqu'il n'existe pas de zones vides suffisamment grandes pour occuper une maille entière. On obtient alors la dimension deux (cf. [Fra94b]). Ainsi les analyses de zones métropolitaines effectuées à une petite échelle montrent une rupture nette dans les courbes : pour les grandes mailles on trouve la dimension deux, mais dès que les mailles atteignent une certaine taille une hiérarchie spatiale se manifeste et on obtient des valeurs fractionnaires pour les dimensions. La qualité d'ajustement est en général assez élevée dans les deux parties.

Des études préliminaires réalisées à une grande échelle montrent que la rupture dans le domaine des grandes mailles tend à s'atténuer. En revanche, on observe souvent une autre rupture dans le domaine des mailles fines. Des analyses ponctuelles pour Besançon ont montré :

- que cette rupture n'apparaît que pour un maillage très fin dans les zones denses du centre ville;
- que la courbe montre un aspect concave dans un quartier pavillonnaire (Bregille) qui rappelle plutôt une *distribution lognormale*.

La fig.3.2 montre deux exemples caractéristiques de ces types de courbes. Les ruptures traduisent un changement de l'organisation spatiale à certaines



**Fig. 3.2** Le tissu bâti de Besançon et les positions choisies au centre ville (1) et à Bregille (2). En dessous les deux courbes obtenues (cf. texte).

échelles. Comme la distance des mailles est connue, il est possible de quantifier ces ruptures. Ainsi pour le centre ville, elle apparaît avec un maillage qui correspond à une distance de 25m sur le terrain, tandis qu'à Bregille une première rupture se situe à une distance de 76m et une seconde à 33m. Pour les distances inférieures à ces limites, le résultat reflète un certain manque de mailles occupées par rapport à l'organisation spatiale présente pour un maillage plus grossier. A Bregille où ce manque est très important, la microstructure est donc très diluée ce qui traduit la présence des jardins individuels. Par contre pour des mailles plus grandes, le tissu devient plus homogène, on n'observe pas de grandes lacunes qui devraient être présentes à une telle échelle dans une structure fractale. Il existe ainsi des changements nets à certaines échelles dans l'organisation spatiale des quartiers.

*L'analyse du quadrillage permet donc de mettre en évidence des échelles caractéristiques où la microstructure d'un quartier change. Il paraît donc possible de comparer et de caractériser les quartiers selon ces ruptures. Ces recherches seront poursuivies en vue d'une classification des quartiers*

### **3.2.1.3 Vers une segmentation automatique des quartiers basée sur l'analyse du quadrillage**

Les observations faites pour Besançon indiquent que l'analyse du quadrillage pourrait être un outil adapté pour segmenter les quartiers dans un tissu urbain selon leur comportement scalant.

Afin d'étudier cette possibilité nous avons progressivement déplacé une fenêtre d'analyse d'une distance fixe  $\delta$  sur l'ensemble de la zone considérée. Dans chacune de ces positions nous avons déterminé la dimension fractale. Ainsi on obtient des valeurs pour un maillage de distance  $\delta$ . Afin de représenter les résultats obtenus nous avons établi une carte où chaque point de comptage est entouré d'un carré de taille  $\delta$ . Pour chacun des carrés un niveau de gris a été choisi qui correspond à la dimension du centre du carré. Ainsi une valeur de  $D = 2$  serait équivalente à la couleur noire, tandis qu'une dimension  $D = 0$  serait représentée par un carré blanc.

*Cette représentation permet de vérifier facilement si les dimensions sont stables ou varient dans une fourchette limitée ou si, en revanche, les valeurs changent assez brusquement ce qui indiquerait un changement dans l'organisation spatiale du tissu.*

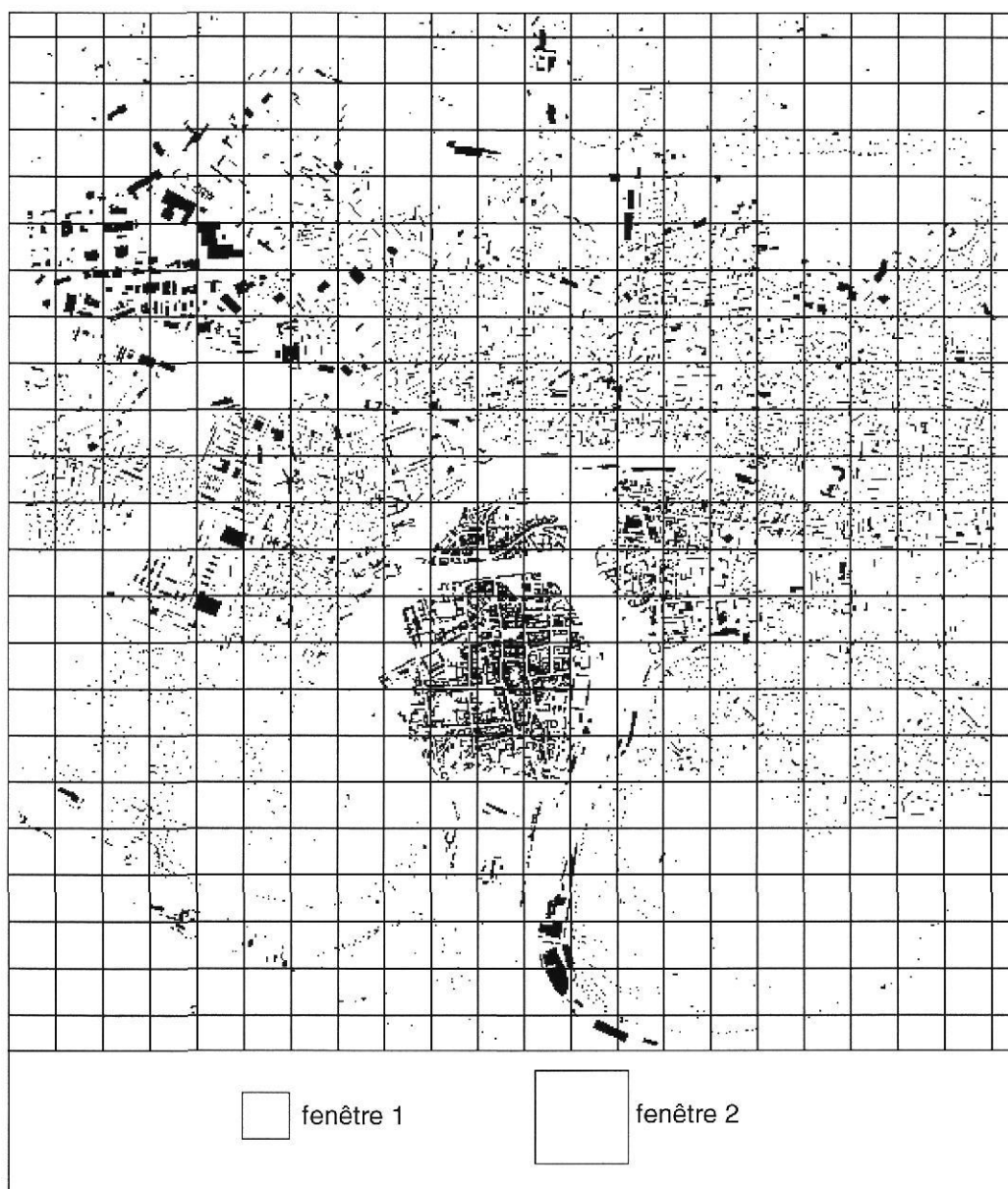
Des tests préliminaires ont porté sur le tissu bâti de Lons et de Besançon. La fenêtre a été déplacée sur un raster de 30 pixels, ce qui correspond sur

le terrain à un maillage d'environ 250m dans le cas de Besançon où la base cartographique était au 1:25 000 et de 500m dans le cas de Lons (1:50 000). Pour contrôler l'influence de l'étendue de la zone globalisée, les analyses ont été effectuées à partir de deux tailles de fenêtres, 72 et 144 pixels, équivalent à une étendue réelle de 600m à Besançon et de 1200m à Lons. La fig. 3.3 montre le résultat obtenu pour Besançon pour la taille de 144 pixels.

En général, on observe qu'en utilisant des petites tailles de fenêtres la variation des dimensions devient plus importante, tandis que les grandes fenêtres tendent à lisser les fluctuations locales. Ainsi le choix de la taille de fenêtre représente un paramètre qui permet de contrôler le filtrage des données. En variant ce paramètre, il est donc possible de faire apparaître des seuils critiques où ces variations deviennent brusquement plus importantes.

On observe que dans les zones denses du centre ville les dimensions sont plus élevées que dans la périphérie. On pourrait supposer qu'on obtienne la même information en représentant la densité moyenne du bâti dans les mailles. *Or, des analyses comparatives en cours montrent que ceci n'est pas le cas. En fait, même dans une fenêtre on mesure l'organisation hiérarchique du bâti à l'intérieur des mailles.*

*Les futures expériences aideront à mieux apprécier l'information obtenue par ces analyses sur l'organisation des tissus urbains et à tester son utilité pour segmenter les quartiers en fonction de leur morphologie.*



**Fig. 3.3** *Le tissu de Besançon. Les points d'intersection du maillage indiquent les positions choisies pour les analyses. Les deux tailles de fenêtres sont indiquées, chacune pour une position.*

#### 3.2.1.4 L'utilisation d'autres méthodes de mesure

Il semble prometteur d'élargir l'analyse du quadrillage en distinguant à chaque étape non seulement les mailles occupées des mailles vides, mais en comptant à l'intérieur de chacune de ces mailles le nombre de points occupés. Ceci permet de déduire des mesures morphologiques issues de la théorie des *multifractales* (cf. [Gou92], [Fra94b]) et d'obtenir ainsi une connaissance plus détaillée sur la présence de phénomènes hiérarchiques dans les tissus urbains et de visualiser *tous les endroits où l'on trouve le même type de comportement scalant*.

En outre, il sera possible d'établir des liens avec d'autres mesures spatiales utilisées en géographie, notamment les variogrammes.

Dans l'analyse du quadrillage, le maillage superposé est un élément artificiel qui n'est en aucune relation directe à la structure analysée. Il paraît ainsi prometteur d'enrichir les analyses globales en utilisant d'autres méthodes, en particulier *l'analyse de dilatation* qui n'introduit pas d'artefact supplémentaire. En outre, comme nous l'avons déjà montré, une dilatation graduelle peut servir à visualiser l'apparition d'agrégats et ainsi mettre en évidence la proximité de certains éléments dans une texture (cf. section 2.2.2.2).

#### 3.2.1.5 Distinguer le "bruit" des phénomènes structurants

Afin de pouvoir distinguer les phénomènes aléatoires (bruit gaussien) de phénomènes structurants, nous proposons de recourir dans un premier temps à l'analyse du comportement scalant. En effet, l'utilisation d'un lissage doit être considéré comme une tentative d'éliminer des phénomènes qui sont perçus comme une perturbation par rapport à un comportement scalant dominant.

Nous rappelons que nous avons justifié cette démarche en recourant à la notion du préfacteur dans la loi fractale élargie. Or le rôle de ce préfacteur n'est pas sans ambiguïtés : il est possible qu'il révèle des perturbations locales aléatoires, mais la présence de lacunes se traduit également par de telles déviations locales, même dans des fractales régulières construites.

Ainsi nous envisageons de calculer les écarts entre les courbes lissées et la courbe originale du comportement scalant et d'analyser ces résidus selon des méthodes statistiques. Dans le cas où le comportement scalant expliquerait totalement les phénomènes structurants dans l'organisation des tissus urbains, les résidus devraient être distribués selon un bruit gaussien. Si ceci n'est

pas le cas, la part non expliquée par la courbe lissée pourrait fournir des informations sur la nature de ces déviations.

Il est aussi prévu de faire varier le degré de lissage, afin de vérifier si l'on trouve des seuils au delà desquels le caractère des résidus change : si, par exemple, les résidus suivent une distribution gaussienne à partir d'un certain seuil, on obtiendrait un critère pour un lissage pertinent, qui conserve tous les phénomènes structurants non aléatoires.

Une méthode différente que nous avons l'intention d'explorer est basée sur le comptage de points occupés dans les mailles de l'analyse du quadrillage, discutée dans la section précédente. Au cours de la variation graduelle du maillage de l'analyse du quadrillage, il est possible d'analyser à chaque étape au moyen de tests statistiques, la loi de distribution du nombre de points occupés dans les différentes mailles. Ainsi il est possible de vérifier si cette distribution représente un phénomène aléatoire ou non.

#### **3.2.1.6 La répartition des lacunes**

Afin de mieux distinguer dans les tissus urbains la répartition des zones vides ou d'autres types d'occupation du sol, il est prévu de tester plusieurs mesures lacunaires proposées par plusieurs auteurs [Gef84], [Gou92].

En outre, des réflexions en cours portent sur l'élaboration de mesures appropriées aux besoins particuliers de l'analyse des tissus urbains. Entre autres, pour élargir l'analyse radiale sous cette perspective, il est prévu d'analyser la masse bâtie non seulement en fonction de la distance au centre, mais aussi d'étudier sa répartition en direction de certains rayons partant du centre de comptage. Ceci pourrait s'avérer intéressant pour l'analyse des villes dont l'évolution était guidée par certains axes de transport.

#### **3.2.1.7 Concevoir des mesures morphologiques et des tissus de référence pour l'aménagement du territoire**

A l'heure actuelle, l'aménagement recourt à des mesures basées sur le concept de densité. Or ces mesures, basées sur la notion de densité, ne s'avèrent pas toujours adaptées à la description de l'organisation spatiale des villes (cf. par exemple [Fra95a]).

*Il est prévu de recourir aux expériences acquises lors des analyses fractales pour élaborer des mesures qui peuvent servir à l'aménagement pour caractériser la morphologie urbaine. Voici un exemple.*



*Comme l'analyse radiale globalise l'information sur l'espace en fonction d'un endroit choisi, il serait possible de caractériser la proximité de certains équipements ou services par un tel type d'analyse. Elle ne se bornerait alors pas à la seule distinction des zones bâties et vides, mais elle tiendrait compte de divers types d'utilisation du sol.*

*Ces recherches devraient être complétées par des études sur la perception de l'espace par différents types d'agents (par exemple sur la proximité de zones de loisir, sur la qualité d'accessibilité). Les mesures proposées devraient intégrer les résultats obtenus. L'élargissement conceptuel, présenté dans la section suivante permettra d'intégrer par exemple des mesures d'intensité du bâti.*

*Des mesures de lacunarité pourraient également s'avérer utile par exemple comme descripteur de la répartition des zones vertes dans un tissu urbain.*

*En outre, l'analyse statistique du bruit permettra la distinction entre le bruit et d'autres phénomènes structurants, de concevoir des tissus fractals théoriques, qui, dans leur comportement scalant, soient équivalents à des tissus observés. Ces tissus construits pourraient servir de modèles de référence en matière d'urbanisme.*

### **3.2.1.8 Vers un élargissement conceptuel : l'approche multi-fractale**

*L'observation que le comportement scalant varie selon la position du centre de comptage rappelle certains concepts discutés dans la théorie des multi-fractales.*

*Des études préliminaires en cours semblent révéler un lien qui existe entre la dimension radiale et certaines mesures multi-fractales. Des premières analyses réalisées dans cette orientation semblent confirmer que certains tissus urbains montrent en effet un comportement multi-fractal.*

*Il est prévu d'approfondir ces études. Une autre approche également basée sur la multi-fractalité est discutée dans la section suivante.*

## 3.2.2 L'analyse de la répartition de la population

### 3.2.2.1 Introduction

*Jusqu'ici nous n'avons distingué dans les tissus urbains que deux caractères, si la surface est bâtie ou non. Il s'agit donc d'une logique binaire. Au niveau d'une analyse plus détaillée des tissus urbains, il serait souhaitable d'intégrer d'autres aspects de l'organisation spatiale des villes, tels que l'intensité du bâti ou la répartition de la population.*

*Nous présentons ici l'idée générale d'une formalisation qui permet d'étudier la répartition fractale d'un attribut (population, intensité du bâti) sur un tissu bâti qui suit, lui, sa propre logique, celle d'un tapis de Sierpinski<sup>3</sup>.*

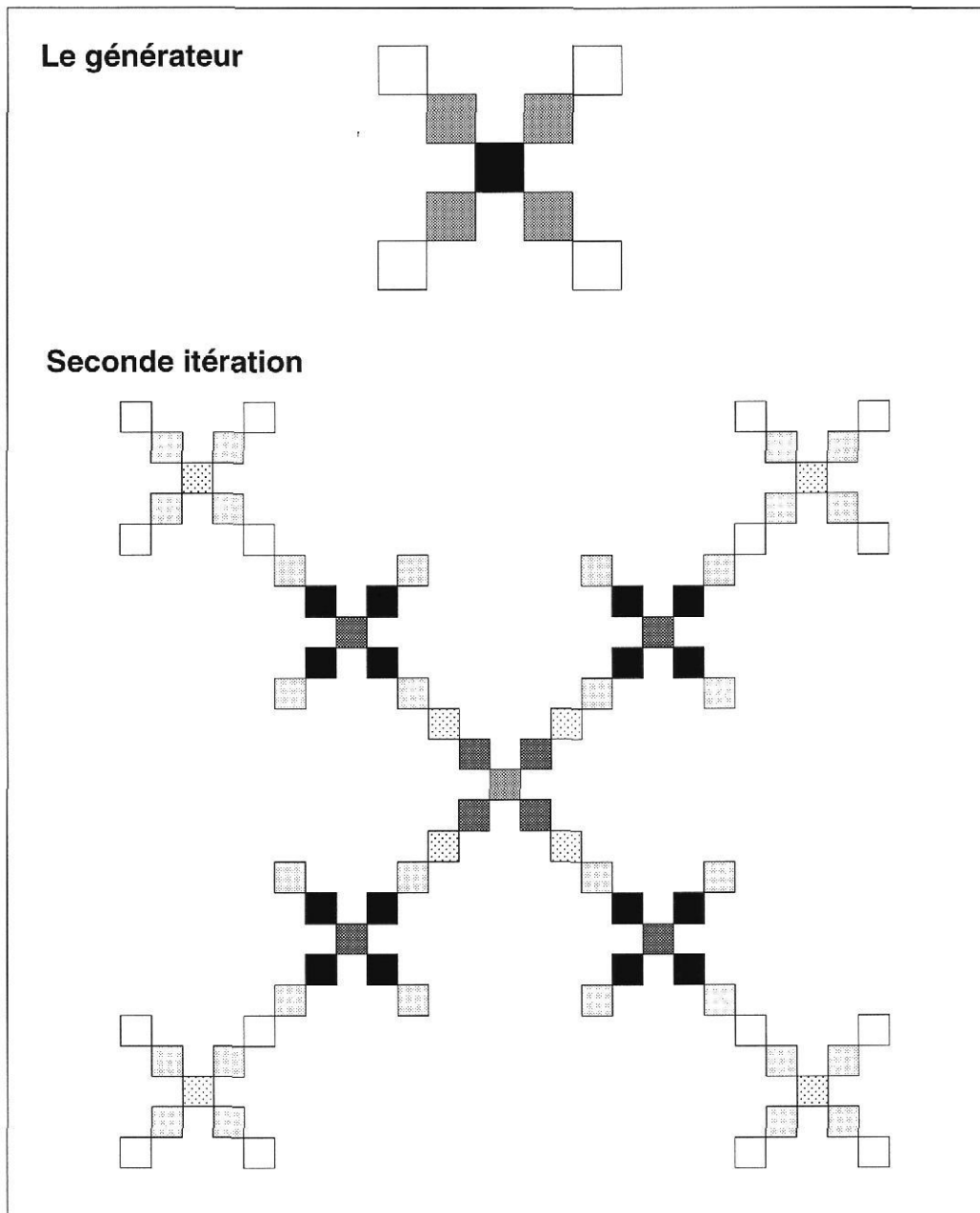
### 3.2.2.2 La répartition de la population – une approche multifractale

De façon descriptive, M.Batty a analysé la dilution radiale de la population à Séoul [Bat92]. A une échelle nationale et régionale, H. Le Bras [Bra93] a proposé des simulations, basées sur la géométrie fractale, qui visent à une analyse de la répartition de la population. Son modèle de référence est basé sur une itération, par laquelle on attribue à chaque étape une part de la population à une partie de la surface disponible. Ainsi apparaît également une structure hiérarchique qui montre cependant des particularités, puisqu'il ne s'agit plus d'une logique binaire comme dans le cas du tapis de Sierpinski. Un tel concept s'insère dans la formalisation *multifractale*.

Sans vouloir entrer dans les détails de cette approche, nous proposons un modèle de référence adapté à l'échelle des villes. A cette échelle, la prise en compte des espaces inoccupés semble indispensable, comme le montrent les résultats discutés. En outre, on ne peut s'attendre à ce que la répartition de la surface bâtie suive le même principe d'organisation spatiale que la masse construite ou encore la distribution de la population. Considérons comme exemple la répartition de la population résidentielle. Bien que les noyaux urbains montrent une densité du bâti très intense par rapport aux zones périphériques, on parle souvent concernant la population d'un "cratère urbain". Ceci exprime le fait qu'une majorité de la population ne réside plus dans les noyaux urbains de plus en plus réservés aux activités tertiaires. Ainsi la plus grande partie de la population résidentielle se concentre dans la couronne périphérique des villes et dans la banlieue.

---

<sup>3</sup>Cette présentation reprend une partie d'un texte prévu pour une publication [Fra95b].



**Fig. 3.4** *Le générateur discuté dans le texte et la première itération. Les pourcentages de population présents dans chaque carré sont représentés par différents niveaux de gris : plus le gris est foncé, plus le pourcentage est élevé.*

Afin de développer un modèle fractal qui rende compte d'une telle logique, il semble indispensable de combiner le phénomène du "cratère urbain" à celui de la dilution radiale du bâti conforme à la logique du tapis de Sierpinski décrit sur la fig. 2.3. La fig. 3.4 montre un exemple d'un tel modèle fractal : la figure initiale est un carré qui contient la totalité de la population. Maintenant, nous introduisons un générateur qui consiste en neuf carrés réduits à un cinquième. Cinq de ces carrés sont placés au centre du carré initial sous forme d'un damier et dans chaque coin on en ajoute un autre. Cette construction est à peine plus compliquée que notre tapis de la fig. 2.3.

Cependant, contrairement au tapis de Sierpinski, nous distribuons la population de façon *non-homogène* sur les carrés occupés. Nous attribuons seulement  $p_1 = \frac{1}{9}$  au carré central, tandis que chacun des carrés de la première couronne porte  $p_2 = \frac{1}{6}$  de la population, et nous supposons que les carrés les plus éloignés, situés dans les coins, ne sont peuplés que par  $p_3 = \frac{1}{18}$  de la population. Cette distribution correspond à l'idée que la plus grande partie de la population habite dans la proche banlieue, tandis que le centre et la grande banlieue sont moins peuplés. On vérifie que la somme de tous les carrés est bien normalisée à un, ce qui correspond à la population totale. Lors de la prochaine étape, on réitère cette logique. Ainsi dans chaque carré apparaît la même construction que nous venons de décrire. Ceci implique qu'un carré auquel on a attribué  $p_i$  de la population lors de la première étape est maintenant subdivisé en neuf carrés, dont le carré central par exemple, porte  $p_{1,i} = p_1 \cdot p_i$  de la population. Il s'agit donc d'une *logique multiplicative* pour les facteurs de pondération qui décrivent la part de la population présente dans chaque zone <sup>4</sup>. La fig.3.4 montre le générateur énoncé et la l'étape d'itération suivante.

Au niveau de la surface bâtie on retrouve la logique de dilution radiale du tapis de Sierpinski. *Cependant la répartition de la population suit une logique différente.* Le phénomène d'homothétie interne apparaît ici par le fait que chaque commune de banlieue montre dans son organisation interne le même principe que l'agrégat central, principe qui domine aussi l'agrégat dans sa totalité. Un tel principe d'organisation spatiale paraît encore plausible pour certaines agglomérations importantes, mais moins probable pour des communes résidentielles de grande banlieue. Une analyse fractale permettrait donc d'étudier ce phénomène et de segmenter les zones selon leur type de répartition démographique. Ceci exige l'adaptation de méthodes de mesures

<sup>4</sup>Ainsi la normalisation reste valable. Dans notre exemple  $p_{1,i} = p_1 \cdot p_i$  peut être interprété comme probabilité jointe de trouver un habitant dans le centre d'une zone de la première couronne.

multifractales à ce phénomène de distribution.

### 3.2.3 Vers une analyse à l'échelle régionale

*Les analyses fractales des tissus bâtis étaient jusqu'ici surtout consacrées à l'étude de la morphologie urbaine. Rappelons cependant les quelques analyses de régions rurales en Allemagne effectuées à l'échelle 1:500 000 [Fra94b] et les analyses en cours du système de peuplement en France à l'échelle nationale réalisées par N.François [Fra95a].*

*Nous envisageons de compléter ces analyses par des investigations complémentaires à l'échelle du 1:50 000 au 1:200 000. Comme nous l'avons déjà discuté [Fra94b] on analyserait alors non seulement la répartition de la surface bâtie, mais aussi la position de chaque habitat par rapport aux autres, donc leur distribution spatiale. Afin de séparer l'étude de la répartition de la masse bâtie de celle de la localisation des habitats, il est prévu d'étudier aussi une représentation cartographique, où chaque habitat serait représenté par un seul point. Ainsi c'est uniquement leur répartition spatiale qui est mesurée.*

*Nous présentons ici quelques analyses ponctuelles qui portent sur la répartition de la surface bâtie dans la région de Lons-le-Saunier et proposons un futur élargissement de ces analyses.*

Nous avons analysé la région de Lons à l'échelle de 1:50 000. L'espace analysé comprenait outre l'agglomération et sa zone périurbaine une partie du hinterland rural constitué de villages et de plusieurs petits lieux centraux tels que Louhans et Bletterans.

Nous considérons d'abord les résultats obtenus par l'analyse radiale. Les analyses effectuées à partir du centre de Lons, discutées plus haut, ont mis en évidence qu'en élargissant les distances  $\rho$  au centre de comptage au-delà de la zone urbanisée, on observe dans les courbes une inflexion qui marque la limite de l'agrégat central. Une seconde rupture apparaît lors du passage vers la zone rurale environnante. Or, en élargissant encore la zone d'étude, on constate pour des distances plus grandes que la courbe reste assez régulière. En particulier on observe ni paliers ni ruptures importants. Ceci pourrait surprendre puisque les espaces intercommunaux sont plus grands que les espaces vides à l'intérieur d'une agglomération, ce qui serait susceptible de provoquer des inflexions. Cependant suivant la logique d'un tapis de Sierpinski on doit, au contraire, s'attendre à observer des espaces vides plus étendus dès qu'on augmente la distance au centre. Les seules perturbations locales, de portée limitée, s'expliquent par des effets lacunaires. Mais comme

les habitats ne sont pas localisés selon un réseau régulier il est possible que ce phénomène aléatoire tende encore à lisser les courbes. *Ainsi Lons doit être considéré comme centre de symétrie d'un ensemble d'agrégats à partir duquel la surface bâtie diminue de façon régulière selon une loi fractale.*

Il paraît intéressant de confronter ce résultat à celui obtenu pour un centre de comptage situé dans une zone rurale. La situation serait alors comparable à un tapis de Sierpinski où l'on choisit comme centre de comptage un point éloigné du centre de symétrie de la fractale (cf. fig. 2.25) et on s'attend à une courbe plus irrégulière. Des études préliminaires dans la zone environnante de Lons semblent confirmer cette hypothèse. Les analyses du comportement scalant devrait compléter ces résultats.

*Les analyses fractales pourraient donc servir à étudier les centres de symétrie dans un réseau de villes.* Les analyses récentes réalisées par N.François pour le système de peuplement au niveau national en France semblent confirmer cette hypothèse [Fra95a].

Les futures analyses devraient porter sur des zones encore plus étendues afin d'analyser l'organisation spatiale du réseau des agglomérations dans sa globalité. En particulier, trois phénomènes pourraient être étudiés :

- le comportement d'une zone comprenant plusieurs lieux centraux, afin d'analyser le réseau de lieux centraux. On peut imaginer qu'au delà des phénomènes locaux étudiés jusqu'ici, la présence d'un réseau de lieux centraux se manifeste par des seuils supplémentaires qui suivent, eux, leur propre logique scalante <sup>5</sup>;
- la comparaison de différents types de semis d'habitats, tels que l'habitat groupé et l'habitat dispersé et la détermination des limites entre de telles zones d'organisation spatiale différente;
- l'influence du relief sur le semis des habitats.

*Comme ces analyses se réfèrent à un espace assez étendu comprenant un grand nombre d'agrégats, on imagine que les méthodes d'analyses globales, telles que l'analyse du quadrillage ou l'analyse de dilatation, peuvent enrichir la connaissance sur ces systèmes spatiaux.*

---

<sup>5</sup>Nous rappelons le lien d'actualité dans [Fra94b] entre la théorie des lieux centraux et la fractalité. Les analyses du pays de Montbéliard doivent être considérés comme un premier exemple, assez particulier, d'un tel système.

## 3.3 Vers une modélisation de la dynamique urbaine

### 3.3.1 Introduction

*Les analyses fractales ont mis en évidence que les tissus urbains évoluent dans beaucoup de cas de façon comparable : outre le rôle prépondérant de l'agglomération principale nous avons surtout pu constater que les noyaux urbains conservent lors de leur étalement une organisation spatiale qui ne tend pas vers une occupation uniforme de l'espace mais qu'ils gardent un aspect fractal. Celui-ci se traduit par la fragmentation des espaces urbains, phénomène qui trouve son expression dans l'allongement progressif des périmètres des villes.*

*Le processus d'urbanisation se manifeste donc, dans beaucoup de cas, par un certain principe d'ordre interne dans l'organisation spatiale des tissus urbains. D'après l'approche synergétique, les variables qui caractérisent cet ordre interne, telles que l'exposant scalant lissé, doivent être considérées comme paramètres d'ordre du système.*

*En revanche, il est évident que ce type d'organisation spatiale est contradictoire avec les intentions des aménageurs dont le but était de limiter l'éclatement des zones urbaines. On doit ainsi supposer qu'il s'agit d'un phénomène d'auto-organisation, issu de l'interaction socio-économique entre différents types d'acteurs qui se manifeste dans l'espace par l'émergence d'un certain type de tissu urbain.*

*Ce constat incite à une conclusion très importante : tous les modèles réalistes servant à expliquer ou à simuler l'évolution spatiale des villes doivent décrire la croissance urbaine comme une croissance qui suit les lois morphologiques énoncées.*

*En concordance avec une telle logique, plusieurs auteurs ont proposé des modèles qui permettent de simuler la croissance urbaine sur la base de règles qui font apparaître des tissus fractals. Tous ces modèles se servent d'une représentation de l'espace sous la forme d'un automate cellulaire dont il modélisent le comportement dynamique par des règles d'interaction spatiale [Bat91a], [Bat94c], [Whi91], [Whi94b].*

*De notre côté, nous avons essayé de trouver des phénomènes socio-économiques susceptibles d'influencer le processus de croissance de manière qu'une telle morphologie apparaisse (cf. [Fra94b]).*

*Ces réflexions constituent aussi la base conceptuelle du modèle de simulation que nous allons présenter par la suite. Contrairement à l'approche phénoménologique proposée par exemple par White et Engelen, nous proposons une approche explicative basée sur la description du comportement des acteurs en question.*

*La base de modélisation est ainsi plus proche de l'échelle considérée en micro-économie, et c'est l'interaction entre les acteurs qui fait émerger les macro-structures. Celles-ci se manifestent dans l'organisation spatiale des tissus urbains. La modélisation reprend ainsi des réflexions discutées dans le chapitre 1 sur l'apparition d'échelles caractérisées par leur fonctionnement issu d'interactions sociales à une échelle inférieure.*

*Après une brève introduction qui définit l'objectif du projet, nous reprenons dans un premier temps l'analyse des phénomènes socio-économiques qui contribuent à l'évolution des espaces urbains et à leur fonctionnement. Ainsi nous mettons en évidence la complexité de la morphogénèse des villes et nous identifions les différents acteurs en question et leurs interactions à des niveaux d'échelle différents. Dans un second temps, nous présentons les principes et les concepts sur lesquels se fonde notre recherche. Ensuite, nous présentons l'architecture de notre modèle puis, une troisième partie, plus technique, est consacrée à la formalisation du modèle.*

*Le concept général du modèle est le résultat de discussions menées dans le cadre des activités de l'équipe CNRS LEP-IRADES <sup>6</sup>. La formalisation a été réalisée par l'auteur en collaboration avec T.Bäck et U.Hammel de l'Informatic Centrum Dortmund.*

### **3.3.2 Introduction**

Actuellement, certaines villes sont en crise, les manifestations en sont nombreuses : urbanisation anarchique, pollution, ségrégation sociale, contribuent de façon complexe à ce dysfonctionnement. Pour lutter contre ces phénomènes, les pays industrialisés ont modifié leurs politiques urbaines et pris un certain nombre de mesures. D'abord confrontée à une forte demande de logements et donc tournée vers une politique quantitative, l'orientation de l'aménagement est devenue, depuis les années 80, plus qualitative. Cette

---

<sup>6</sup>Nous remercions en particulier A.Larceneux, M.Le Berre, D.Mathieu pour maintes discussions fertiles, ainsi que Pascal Gillon, Alexandre Moine et Cécile Tannier pour leur participation à ce projet et pour leur engagement lors de l'élaboration de la contribution présentée lors du congrès URBAN-UTOPIA [Fra95c]. La contribution du CERTU a été présentée par M.Mille.



exigence de qualité a des conséquences sur les méthodes d'approche des problèmes urbains, et notamment, la recherche d'un développement urbain durable ou encore d'une ville "durable".

Cette notion, qui tend à être de plus en plus utilisée, s'applique à une politique et à une stratégie visant à assurer la continuité dans le temps du développement économique et social, dans le respect de l'environnement, et sans compromettre les ressources naturelles indispensables à l'activité humaine. On définit en outre le développement durable comme un développement apte à "répondre aux besoins du présent sans compromettre la possibilité de répondre aux besoins des générations à venir".

L'organisation spatiale et le fonctionnement des zones métropolitaines est le résultat d'un processus socio-économique complexe, auquel participe un grand nombre d'agents sociaux et de décideurs. La conception d'une doit donc intégrer la multiplicité des besoins de la population et tenir compte de la complexité des interactions entre les agents sociaux et les décideurs, et ce, à tous les niveaux d'échelle. Dans cette optique, il apparaît nécessaire de transformer les pratiques, de formaliser de nouvelles approches capables de comprendre la complexité qui sous-tend l'évolution des espaces urbains, et d'évaluer les impacts potentiels des projets d'aménagement.

Afin de contribuer à développer les options technologiques pour la réalisation d'une ville durable, l'objectif de notre projet de recherche est de développer un outil de compréhension des dynamiques urbaines. Notre but est de simuler et visualiser des scénarios d'évolution urbaine, afin d'aider les décideurs à apprécier l'impact d'un projet d'aménagement sur l'organisation spatiale de la zone en question et le fonctionnement urbain et régional.

### **3.3.3 Les villes : une morphogénèse et un fonctionnement complexes**

La morphologie et le fonctionnement des entités urbaines sont interdépendants et s'influencent mutuellement pour concourir au développement urbain. Afin de mieux comprendre ces interactions nous allons commencer par analyser le rôle des différents facteurs qui contribuent à l'évolution des entités urbaines en examinant tout d'abord l'influence du site, puis les processus socio-économiques et enfin le rôle des acteurs.

### 3.3.3.1 Le rôle du site et le cadre socio-économique

A l'échelle locale, le cadre naturel n'est pas sans influencer l'organisation de l'espace urbain. Le site, configuration du lieu où s'établit la ville, peut en effet imposer des contraintes, qui entraînent par exemple un surcoût de construction, ou au contraire faciliter l'implantation humaine.

A l'échelle régionale et nationale, l'insertion d'une ville dans l'espace national ou international surtout par rapport aux axes de transport revêt une importance certaine dans son évolution. De plus, la position dans le réseau des villes joue beaucoup dans la concurrence qu'elles se livrent pour attirer les entreprises et capter les innovations. La dimension historique est également un aspect non négligeable. En effet, le tissu urbain actuel est la résultante de plusieurs siècles (même de millénaires) de développement, et conserve des traces liées aux conceptions architecturales de ces époques. La morphologie urbaine fait ainsi référence au concept de "mémoire" de l'espace. L'augmentation considérable du taux d'urbanisation au cours des trente dernières années s'est accompagnée d'une forte consommation de l'espace. On s'aperçoit que les préférences des agents pour certains sites ont contribué à ce phénomène. En effet, pour celui qui a la possibilité de choisir sa résidence ou pour l'entreprise qui cherche un emplacement, des critères particuliers liés au site et à la situation (qualité paysagère, accessibilité...) jouent un rôle primordial. L'incohérence visible de l'urbanisation a fortement accentué l'importance sociale des problèmes urbains et a obligé les responsables des politiques urbaines à s'intéresser davantage au comportement des acteurs.

### 3.3.3.2 Les acteurs urbains

#### – Domaines d'intervention

##### • UN AMÉNAGEMENT RÉFLÉCHI DES RÉSEAUX DE TRANSPORT

L'accessibilité de l'espace est une condition élémentaire du fonctionnement d'un système de peuplement. L'aménagement de ces réseaux a donc joué un rôle important dans le processus d'urbanisation. Dans un premier temps, le développement des villes était conditionné par la structure des réseaux de transport en commun (métro, tramways) ce qui s'est manifesté par une croissance tentaculaire le long de ces axes. Depuis la motorisation, les politiques d'aménagement ont longtemps favorisé le développement du réseau routier au détriment des transports en commun. Ainsi la desserte de l'espace est devenue beaucoup plus homogène et la croissance urbaine a perdu son

caractère purement axial ce qui a contribué à l'éclatement de l'espace urbanisé. Suite aux impacts négatifs de la motorisation (pollution, saturation du réseau routier) on observe récemment un intérêt croissant pour la création ou la restauration de réseaux de transport en commun, organisés en fonction de la demande des utilisateurs.

#### • L'INFLUENCE DE L'URBANISME

Sur la base d'une vision essentiellement urbanistique de la ville, les décideurs conçoivent des plans d'aménagement urbain et des politiques de gestion des infrastructures et équipements existants. Pendant la forte poussée urbaine des années 1960-70, le fonctionnalisme était le concept dominant de l'urbanisme. Il favorisait la motorisation et la création de nouvelles entités spatiales, parfois assez éloignées des centres existants et constituées de grands immeubles locatifs. L'architecture monotone de ces quartiers, l'absence de lieux de rencontre et d'infrastructures attractives ont souvent empêché une identification de la population avec leur environnement résidentiel. Cette situation n'a pas facilité l'intégration des nouveaux-venus, d'autant plus que ceux-ci ne travaillent que rarement dans leur commune résidentielle. Ainsi le phénomène de ségrégation sociale a été renforcé et on a observé une dégradation rapide de ces quartiers.

Depuis les années quatre-vingt, les politiques urbaines ont changé d'orientation et favorisent la qualité des aménagements plutôt que le nombre de logements construits. Maintes tentatives ont également eu pour objectif de limiter l'éclatement urbain.

#### • LA COMPÉTITION ENTRE COMMUNES PÉRIURBAINES

Actuellement, la périurbanisation concerne un espace de plus en plus vaste et un nombre croissant de communes. On constate que les communes périurbaines ne réalisent qu'assez tard qu'elles forment un tout fonctionnel avec la ville-centre. Elles établissent dans un premier temps leur propre stratégie pour attirer des activités, soit délocalisées du centre-ville, soit accompagnant le développement urbain. Une compétition entre communes s'instaure et prive ainsi la ville-centre de ressources, bien qu'elle soit obligée d'assurer un nombre de services croissant. Souvent, ce n'est que lorsque l'étalement de la zone urbanisée dépasse la proche banlieue que les communes acceptent d'entrer dans une structure de concertation. Mais alors la croissance périurbaine atteint déjà la prochaine auréole de lieux centraux qui, par leur taille, sont plus autonomes que les communes de la proche banlieue. Ainsi la compétition entre communes s'amplifie.

## – Stratégies des agents sociaux et économiques

### • LES STRATÉGIES RÉSIDENTIELLES

Depuis les analyses de l'École de Chicago de nombreuses études, notamment sociologiques, ont mis en évidence l'importance des stratégies résidentielles dans le phénomène d'éclatement des villes et de ségrégation sociale des quartiers. La population cherche à habiter dans des quartiers qui réunissent le maximum d'avantages en regard de ses revenus et de ses propres aspirations, qui sont multiples et parfois contradictoires. Plusieurs analyses [Fri83], [Pro76] ont montré que ce sont notamment les jeunes couples avec enfants qui considèrent les zones périurbaines comme avantageuses : plus d'espaces verts, moins de nuisances dues au bruit et à la pollution, prix avantageux du terrain qui permet l'accès à la propriété immobilière. Ce comportement crée une forte demande de terrains à bâtir dans les communes périurbaines. Comme ces nouveaux quartiers sont surtout des lotissements pavillonnaires, la consommation d'espace est d'autant plus forte. Ces observations ont conduit certains auteurs à supposer que les noyaux urbains allaient disparaître complètement [Ber76], [Vin77]. Cependant, comme on l'a fait remarquer [Hoy64], le même groupe d'agents réclame une bonne accessibilité des centres villes. En effet, les centres restent attrayants par leur ambiance urbaine [Hal91], par leur services culturels et commerciaux et concentrent ainsi un certain nombre d'emplois. En outre, d'autres classes sociales préfèrent loger au centre-ville, par exemple les couples sans enfants ou les personnes âgées. Il s'agit donc d'une migration sélective vers les zones périurbaines qui renforce la ségrégation sociale. Celle-ci n'est d'ailleurs pas nécessairement perçue comme un phénomène négatif : dès qu'une classe sociale est majoritaire dans un quartier, elle tente de préserver cette homogénéité.

### • LES STRATÉGIES ÉCONOMIQUES

L'importance croissante de la desserte routière au détriment du chemin de fer et des voies navigables permet aux entreprises de choisir assez librement leur emplacement. De ce fait, certains critères avantageux tels que la disponibilité et le prix du terrain, une meilleure accessibilité et les avantages fiscaux accordés par les communes incitent les entreprises et les commerces (grandes surfaces) à s'implanter en périphérie des villes.

#### 3.3.3.3 L'échec des politiques urbaines d'aménagement

L'analyse du comportement des différents acteurs montre une diversité considérable de leurs objectifs. Chaque groupe d'acteurs évalue une mesure

d'aménagement en fonction de ses propres besoins, dans le but d'obtenir ou de conserver une situation favorable. Par exemple les propriétaires de maisons situées en bordure d'une zone bâtie, à proximité d'un espace vert, essaieront d'empêcher la réalisation d'un lotissement ou la construction d'une route dans leur voisinage. Cet exemple montre qu'il existe des forces centrifuges qui tendent à empêcher une densification de l'espace urbain et donc à repousser l'urbanisation vers les zones rurales. Les politiques d'aménagement n'ont pas réussi à maîtriser l'étalement des zones périurbaines. Ce dysfonctionnement a contribué à la perte d'identité considérable de beaucoup de communes périurbaines, dont la fonction se borne trop souvent à celle de villes-dortoirs.

Cette évolution aurait nécessité l'élaboration précoce de schémas directeurs au niveau régional, qui définissent les fonctions de certains espaces selon leur vocation naturelle, voire leur importance pour un fonctionnement de l'ensemble de la zone en question. Cependant ces plans ont été mis en cause pour diverses raisons. Ainsi certains agents peuvent revendiquer une opération d'aménagement non conforme à l'orientation du schéma directeur : la population résidentielle d'un lotissement peut, par exemple, exiger la construction du contournement routier ou l'amélioration de l'infrastructure de services de leur quartier.

Cependant la relance démographique et économique espérée par les communes périphériques a freiné la réalisation de ces plans ou du moins entraîné leur modification. Ceci se manifeste notamment par le manque de coordination des opérations d'aménagement entre communes voisines. Ainsi cette compétition entre communes se manifeste éventuellement par des projets contradictoires avec les intérêts d'autres communes ou de l'ensemble de la zone métropolitaine : un village en marge de la zone urbanisée peut élaborer un plan d'occupation du sol qui sacrifie une zone de loisir importante sur le plan régional. Ceci peut provoquer la contestation de la population des communes voisines, qui se trouvent dans ce cas en concordance avec la vision de l'aménagement régional. Souvent on observe aussi l'implantation de zones commerciales, industrielles ou même résidentielles, dont l'étendue paraît démesurée par rapport à la taille de l'ancien bourg. Ceci provoque une délocalisation des activités commerciales des anciens centres, dont souffrent encore plus les communes périurbaines que les centres villes.

Les projets d'aménagement dépendent donc rarement de la seule volonté des décideurs, mais peuvent être contestés par divers groupes d'agents <sup>7</sup>

---

<sup>7</sup>Si la marge de manœuvre de l'aménageur paraît réduite, le succès qu'a connu récemment la mise en place de systèmes pertinents de transport en commun montre que la politique de transport semble être un des rares moyens efficaces pour canaliser

### 3.3.3.4 La dynamique urbaine, un processus d'auto-organisation

*L'analyse du processus d'urbanisation met en évidence la complexité des interactions entre les stratégies des groupes d'agents et les directives des responsables de l'aménagement. En particulier les réactions de certains groupes d'agents tendent à influencer le développement futur de certaines zones ce qui explique que le rôle de la politique d'aménagement est alors amoindri.*

*Ces observations confirment que, sous un angle d'approche systémique, la croissance urbaine doit être interprétée comme un processus d'auto-organisation résultant de l'interaction socio-économique de différents groupes d'acteurs. Sous l'aspect de la morphogénèse urbaine trois des phénomènes discutés semblent directement contribuer à la fragmentation de l'espace urbain<sup>8</sup> :*

- *la croissance axiale le long des axes de transport promouvoit l'apparition de la morphologie tentaculaire des tissus urbains ;*
- *la compétition entre les communes périurbaines empêche une politique d'aménagement cohérente et on observe ainsi une croissance polynucléaire ;*
- *le comportement de la population résidentielle dans les zones périurbaines, favorables à la préservation de zone vertes à proximité de leur habitations. Ce phénomène paraît d'autant plus important qu'il entrave sérieusement toutes tentatives de densification des zones bâties. Ainsi on constate la persistance de "lacunes" non-bâties à l'intérieur des zones périurbaines. Nous avons désigné ce phénomène comme "dynamique du blocage"<sup>9</sup>.*

*L'identification du processus d'urbanisation permet donc d'établir un lien entre les processus socio-économiques et la morphologie des tissus urbains.*

*Nous proposons de modéliser le comportement des agents sociaux et de simuler les transformations d'un espace urbain, en faisant varier l'impact des interactions socio-économiques existant entre les groupes d'agents.*

---

**l'urbanisation.**

<sup>8</sup>Pour une discussion détaillée cf. [Fra94b].

<sup>9</sup>On doit préciser qu'il serait injuste de nier globalement l'importance de ces "lacunes" puisqu'elles contribuent à la qualité de la vie dans les agglomérations. Une ville durable devrait plutôt intégrer ce désir de la population et tenter de classer les espaces selon leur qualité environnementale. Nous ajoutons que nous avons conçu un automate cellulaire simple destiné à illustrer l'émergence d'un tissu fractal à partir d'une telle dynamique de blocage [Fra88], [Fra94b].

### **3.3.4 Architecture conceptuelle et outils choisis pour traiter une problématique pour la ville durable**

#### **3.3.4.1 Concepts fondamentaux du modèle**

Pour analyser de façon correcte les transformations de l'espace urbain, notre modèle doit présenter certaines caractéristiques essentielles. La première réside dans la faculté d'appréhender la dynamique urbaine, de permettre l'étude des processus de différenciation spatiale et d'être pertinent par rapport aux échelles d'action des phénomènes étudiés. La deuxième est l'interaction des différents acteurs socio-économiques et, lié à cela, le choix d'un type de modélisation qui prenne en compte les processus qualitatifs déterminant les décisions des acteurs. Enfin, troisième condition, le modèle doit être en mesure d'évoluer, d'adapter ses règles de fonctionnement, relativement aux changements qui affectent le système urbain étudié.

#### **– Différenciation spatiale et pertinence des niveaux d'analyse**

L'analyse dynamique d'un espace correspond à l'étude du fonctionnement de celui-ci à travers le temps. Ce fonctionnement évolue en général de façon bien déterminée, mais certains événements imprévisibles peuvent survenir, qui entraînent des conséquences disproportionnées sur le développement futur de l'espace. L'étude de la morphogenèse d'une ville doit donc inclure la modélisation de ces discontinuités irréversibles qui marquent son évolution. A ce propos, il importe de noter que la notion d'évolution dépasse celle de développement. Alors que l'idée de développement, et donc de croissance, suppose une stabilité des formes spatiales, celle d'évolution admet des changements structurels.

Un espace urbain est le siège d'un ensemble d'actions, de relations extrêmement nombreuses et variées. Celles-ci jouent sur des échelles spatio-temporelles multiples et interdépendantes. De ce fait, une ville peut être assimilée à un système complexe, c'est-à-dire présentant plusieurs niveaux d'organisation qui interagissent entre eux. La différenciation spatiale naît alors de l'impact du fonctionnement global d'un territoire sur un espace local présentant certaines spécificités. Autrement dit, il s'agit pour nous d'étudier un territoire infra-régional (une ville et son agglomération) sur lequel s'exercent aussi des influences extérieures régionales, nationales, voire internationales. A l'échelle locale, il semble plus efficace de modéliser le comportement de groupes d'agents, plutôt que celui de chaque agent pris individuellement : riverains de la route, entrepreneurs intéressés par une meilleure desserte, etc. Ceci implique de considérer les phénomènes collectifs propres à cette échelle

d'agrégation, à savoir les rapports entre groupes sociaux. A un niveau plus global, il apparaît intéressant de prendre en compte les effets de compétition entre différentes localités voisines. En effet, un tel phénomène compétitif peut largement influencer la structuration de l'espace. Ainsi un aménagement quelconque dans une commune peut affecter également l'attractivité d'une zone commerciale ou résidentielle dans une commune proche. Rappelons ici le rôle prépondérant de l'agglomération principale dans le processus d'urbanisation et le phénomène de concurrence des lieux centraux de la périphérie. Afin de mettre en évidence les phénomènes de différenciation spatiale d'un espace urbain, nous devons intégrer la réalité morphologique de l'espace, ce que nous permet notamment la prise en compte des distances et des contiguités entre les lieux considérés.

#### – Processus de décisions et communication

Supposons qu'un projet d'aménagement ait été proposé, par exemple la construction d'une route. Chaque acteur (ou groupe d'acteurs) de l'espace concerné dispose d'une certaine masse d'informations, souvent incomplète, sur le projet. Il va alors se forger une opinion à son sujet, sur la base :

1. des informations obtenues par le décideur, par exemple sur le tracé de la route, sa fonction (desserte, transit) et sa fréquentation ;
2. d'informations complémentaires diffusées par la presse ou certains groupes d'acteurs, par exemple des groupes de pression écologiques ou industriels ;
3. de l'opinion d'autres agents ou groupes d'acteurs exprimée en public ;
4. de ses propres aspirations : dans quelle mesure le projet répond-il à ses désirs. Une route de desserte peut ainsi lui paraître bien plus souhaitable qu'une voie de transit ;
5. de ses expériences préalables tirées principalement de la connaissance d'autres projets comparables. Il peut par exemple avoir une idée de la fiabilité des informations délivrées à propos de l'impact éventuel de la route (fréquentation, bruit).

Les trois premiers facteurs de décision correspondent à un traitement de l'information obtenue par des sources extérieures, tandis que les autres sont issus des réflexions propres à l'agent. A partir de ces éléments, il va évaluer le projet en pondérant les facteurs 1, 2 et 3 au moyen des facteurs 4 et 5,



puis ensuite définir son attitude par rapport au projet. Il s'agit en fait d'un processus de formation d'une opinion.

L'opinion ainsi forgée par l'agent constitue une base de réflexion en vue du choix d'une stratégie d'action qui soit la plus efficace possible, en fonction de ses propres aspirations. Il va dès lors imaginer différents comportements possibles, par exemple :

- s'engager dans un groupe de pression (pour ou contre le projet ou vers sa modification),
- se résigner à la situation et réagir en changeant de lieu de résidence.

La manifestation des différentes opinions individuelles va alimenter une discussion publique sur le projet. A partir de là, le décideur peut entrer en lice et décider d'agir sur les facteurs 1, 2 ou 3. L'évaluation du poids de chacun d'eux va inspirer à l'aménageur sa future stratégie, soit par exemple :

- faire parvenir aux agents des informations complémentaires,
- proposer des mesures d'accompagnement (parois anti-bruit),
- modifier son projet (proposition d'un nouveau tracé de la route).

Suite à cela, une nouvelle boucle de formation d'opinion s'ouvre et l'agent modifie ou pas son avis sur la question. Plusieurs boucles de formation d'opinion peuvent se succéder avant que la décision définitive ne soit prise.

#### – Mémoire et apprentissage du modèle

Imaginons que le projet de construction d'une route présenté ci-avant soit effectivement mis en oeuvre. Dans un premier temps, on observe une réaction directe de certains acteurs en rapport avec cette nouvelle situation. Ainsi il est possible que l'amélioration de la desserte d'une zone industrielle devienne un argument décisif pour l'implantation d'une nouvelle entreprise. Dans un deuxième temps, le résultat de ces actions peut provoquer une transformation de l'espace et ainsi influencer le processus d'urbanisation. Par exemple, la densification progressive du tissu bâti peut provoquer une attitude hostile de la population résidentielle envers la création d'une nouvelle zone d'activités. La perception de l'espace vécu par la population a donc changé et influence différemment son comportement. Ceci peut également se traduire par un changement des indicateurs économiques : la gestion rigoureuse de l'espace peut entraîner un manque de terrains à bâtir et provoquer une augmentation

des prix des terrains non bâtis ; la dégradation d'un quartier peut faire baisser les prix des terrains et encourager la spéculation foncière.

Ceci montre qu'une décision d'aménagement peut être à l'origine d'une bifurcation dans la trajectoire (le comportement) d'un système spatial : ce n'est pas seulement l'impact direct de la décision qui transforme le paysage urbain ; la réponse à moyen terme des acteurs influence aussi le développement futur de l'espace.

Notre projet de modélisation prévoit de prendre en compte ces effets de transformation du système urbain suite à des opérations d'aménagement, aussi bien au niveau des stratégies des groupes d'agents, qu'au niveau de l'espace en lui-même. Ceci est possible par l'introduction de la notion d'apprentissage du système : les règles qui président au fonctionnement du modèle évoluent en fonction des changements qui affectent le système urbain. Précisons ici que la faculté d'apprentissage suppose une mémoire du système.

#### **3.3.4.2 Architecture générale du modèle**

Notre objectif étant de réaliser un modèle opérationnel, son architecture générale doit être conçue de façon à ce qu'un décideur puisse l'utiliser pour étudier l'impact d'un projet d'aménagement. Pour cela, l'utilisateur peut proposer un projet d'aménagement sous la forme soit d'une représentation cartographique soit d'indications chiffrées. Deux options sont prévues :

- la simulation du débat avant la prise de décision. Elle tiendra compte des réactions des différents groupes d'agents socio-économiques et leurs opinions seront portées à la connaissance du décideur. Celui-ci pourra intervenir, modifier sa proposition et observer à nouveau les réactions des agents. En fonction des résultats, il pourra ensuite prendre sa décision définitive;
- la simulation à moyen terme. Le décideur pourra observer l'évolution du système urbain en fonction de la décision précédente. La simulation prend en compte les transformations de l'espace et les réactions des acteurs.

Afin d'observer l'impact d'une décision, l'aménageur aura à sa disposition :

- une représentation cartographique de l'espace affichée à l'écran, qui se transforme en fonction des décisions prises par les acteurs, et contient :

- des informations sur l'occupation du sol,
  - des informations sur les réseaux de transport (par exemple leur saturation),
  - des informations sur les contraintes naturelles (relief, hydrographie),
  - d'autres indications diverses (pollution).
- un environnement informatique convivial, qui comporte :
    - un menu permettant de choisir les options prévues,
    - une fenêtre dans laquelle sont affichées les informations non spatialisées soit sur le système urbain, soit sur le comportement des acteurs, soit sur des indicateurs économiques, environnementaux, etc.
  - la possibilité d'introduire des variables externes. La représentation cartographique de l'espace sera limitée à la zone dans laquelle on désire étudier l'impact d'une mesure d'aménagement. Cependant la simulation tiendra également compte :
    - de l'influence des espaces avoisinants, en particulier de l'intérêt que représente pour eux l'aménagement de la zone en question (implantation d'une plateforme logistique, d'un supermarché),
    - de la situation démographique et socio-économique générale (l'implantation d'entreprises dans une zone industrielle sera moins probable en période de crise économique).

*Le modèle s'articulera autour de deux pôles, d'une part une représentation cartographique de l'espace qui se transforme en fonction des décisions prises par les acteurs, et d'autre part une modélisation de la stratégie des acteurs qui évolue aussi en liaison avec les modifications de leur espace vécu (cf. fig. 3.5).*

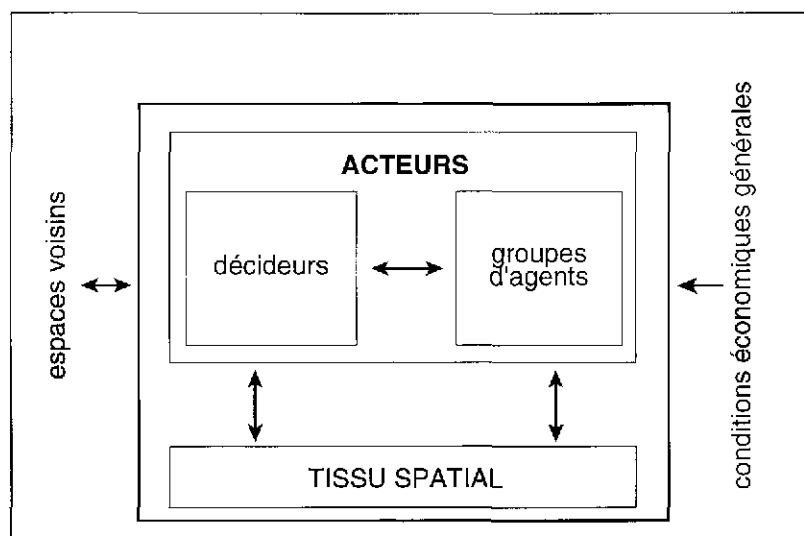


Fig. 3.5 L'architecture générale du modèle

### 3.3.5 La formalisation du modèle

Nous prévoyons de modéliser le tissu spatial grâce à un *automate cellulaire*, cependant, contrairement aux concepts classiques, nous concevons la dynamique du modèle de la façon suivante :

- les règles dynamiques ne sont pas uniquement basées sur l'interaction entre les cellules ;
- on introduit des modules qui prennent en compte l'interaction entre l'espace et les stratégies des acteurs socio-économiques ;
- toutes ces interactions se manifestent à des échelles spatiales et temporelles différentes et créent ainsi des phénomènes d'auto-organisation qui changent les règles au cours du fonctionnement du modèle ;
- les règles dynamiques sont basées en partie sur la logique floue et en partie sur les stratégies d'optimisation.

Sur une base commune de modélisation de la dynamique spatiale, nous comptons asseoir la modélisation de deux processus socio-économiques :

- la modélisation du comportement des agents dans la phase d'élaboration du projet,

- la modélisation des comportements et des évolutions qui en résultent dans la phase postérieure à la réalisation du projet.

Nous les présentons ici dans cet ordre chronologique. Cependant, compte-tenu de la difficulté de chaque approche, et de son intérêt pratique, nous commencerons le travail de recherche par le second aspect, celui des évolutions postérieures au projet. Ce n'est qu'après avoir dominé cette question que nous aborderons celle plus délicate de la modélisation de la phase d'élaboration.

### 3.3.5.1 Modélisation de la dynamique spatiale

Dans les modèles traditionnels, l'espace n'apparaît que de façon indirecte sous forme de fonctions d'interaction décroissantes au fur et à mesure que la distance s'accroît. Contrairement à ces approches, nous proposons de choisir une méthode de formalisation basée sur une représentation cartographique numérisée (raster) de l'espace modélisé qui permet de visualiser les transformations progressives de l'espace considéré. Un tel objectif s'inscrit, au niveau conceptuel, dans la logique de *formation d'un tissu spatial* ("pattern formation"). En outre il paraît important de tenir compte des résultats obtenus par les analyses fractales qui ont mis en évidence certaines caractéristiques particulières de la morphogénèse urbaine.

L'outil qui paraît le mieux adapté à une telle description de la dynamique spatiale est *l'automate cellulaire*, déjà utilisé dans plusieurs disciplines avec succès. M.Phipps [Phi89] a proposé une application des automates cellulaires en géographie notamment, Récemment R.White et G.Engelen [Whi91], [Whi94b], ainsi que M.Batty et Y.Xie [Bat94c] s'en sont servis pour modéliser la dynamique urbaine.

#### • LA REPRÉSENTATION DE L'ESPACE

Il est prévu d'implanter directement une représentation cartographique numérisée de l'espace. Les unités spatiales sont perçues comme des unités fonctionnelles (zone résidentielle, zone industrielle, route, etc.). Chacune de ces unités est perçue comme un objet propre. Cet objet est formé d'un ensemble de cellules (pixels) de taille fixe définie par la résolution cartographique, présentant le même état à un instant donné, à savoir celui de l'objet <sup>10</sup>.

En outre, une unité fonctionnelle peut être subdivisée en fonction de nou-

<sup>10</sup>Par exemple en utilisant une représentation au 1:50 000 et une résolution de 75 dpi, un pixel représenterait un carré dont le côté serait environ 17 m.

veaux critères, qui apparaissent par exemple à l'occasion d'un projet d'aménagement. En effet, dans un même quartier, les riverains potentiels du trajet prévu pour une route percevront ce projet différemment des agents, dont la résidence est plus éloignée. Or la notion de proximité est parfois difficile à délimiter précisément.

*Nous proposons donc de modéliser la notion de proximité en utilisant un gradient spatial défini en fonction d'attributs qualitatifs tels que : très concerné, moins concerné, etc. qui seront formalisés au moyen de la logique floue [Zad92].*

#### • LES VECTEURS D'ATTRIBUTS

Afin de caractériser les différentes unités fonctionnelles, il est prévu d'introduire des vecteurs d'attributs formés de composants, qui incluent chacun une information sur l'espace en question. Un vecteur est propre à l'ensemble des pixels qui constituent un objet <sup>11</sup>.

Certains composants seront caractérisés par des attributs flous, notamment ceux qui décrivent la perception de l'espace par les agents, par exemple la qualité du site (site agréable) ou l'accessibilité (bonne ou mauvaise). L'accessibilité pourrait par exemple être mesurée par le temps nécessaire pour effectuer certains déplacements. D'autres attributs seront chiffrés (prix du terrain).

Le type d'information donné par les attributs peut varier selon le type d'utilisation du sol : pour une zone industrielle la qualité paysagère est moins importante que pour une zone résidentielle.

#### • LA NOTION DE DISTANCE

Dans les automates cellulaires traditionnels l'interaction spatiale, qui gouverne la dynamique du système, se borne au voisinage immédiat. Les approches récentes comme celles de R.White et G.Engelen introduisent des fonctions d'interaction entre cellules éloignées. Une approche semblable, basée sur la logique multi-agent a également permis de modéliser des interactions de portées et de formes différentes [Gue95].

Mais ces règles sont parfois trop précises par rapport à la réalité des agents <sup>12</sup>, qui perçoivent les distances plutôt de façon floue et estiment une route être

---

<sup>11</sup>Ceci montre l'avantage de cette formalisation : il n'est pas nécessaire de doter chaque pixel de toutes les informations, il suffit d'établir un lien entre l'objet spatial et le vecteur d'attribut ce qui allège considérablement la gestion des données.

<sup>12</sup>Ceci rend un calibrage des fonctions d'interaction spatiales difficile.

"trop proche" ou "trop loin" ou "dans un mauvais état" <sup>13</sup>.

*Nous proposons donc de formaliser la notion de distance en utilisant aussi des attributs flous.*

#### • LES TRANSFORMATIONS DE LA MORPHOLOGIE SPATIALE

Dans les automates cellulaires, les fonctions d'interaction spatiale servent à définir des règles de transformation des attributs de certaines cellules. Le modèle cellulaire se borne alors à une *vision descriptive* de la dynamique spatiale ; les règles d'interaction ne considèrent *que de façon globale* le comportement des agents sociaux, par exemple en supposant un effet répulsif entre une zone industrielle et une zone résidentielle si celles-ci sont proches, ou bien un impact positif si la distance entre les zones dépasse une certaine limite.

*Contrairement à cette vision, nous projetons d'utiliser l'automate cellulaire uniquement comme un support spatial et de modéliser l'évolution de l'espace en simulant le comportement de différents types d'acteurs. La dynamique spatiale apparaîtra alors comme la conséquence des décisions prises par les acteurs.*

Le comportement des agents est susceptible de varier au cours du temps. Ceci peut être une conséquence directe des transformations de l'espace en question, ou le résultat d'expériences acquises au cours du processus de formation d'opinion (voir plus loin). Nous supposons donc que les règles dynamiques du système peuvent changer au cours du temps, contrairement à la logique traditionnelle des automates cellulaires. Il est prévu de visualiser sur écran les impacts spatiaux de ces décisions et donc de visualiser la transformation graduelle de l'espace.

Il est admis que certains types de règles d'interaction spatiale génèrent, dans les automates cellulaires, des tissus de morphologie fractale <sup>14</sup>. Comme nous l'avons montré, la morphologie des tissus urbains et leur évolution peuvent être caractérisées par leur comportement fractal. Afin d'obtenir des résultats qui sont en concordance avec ces observations il est prévu :

- d'analyser les tissus simulés selon ces critères ;
- d'étudier quels types d'interactions entre acteurs se traduisent par des

---

<sup>13</sup>L'introduction de la notion de bruit, proposé par certains auteurs ne paraît pas adapté, puisqu'il ne s'agit pas d'un phénomène statistique, ou d'une information incomplète, mais d'un phénomène de perception.

<sup>14</sup>R.White et G.Engelen ainsi que M.Batty ont recouru à cette observation lors de la conception de leurs modèles.

règles dynamiques qui génèrent des tissus dont la morphologie correspond à celle des villes réelles.

### 3.3.5.2 Modélisation du comportement des agents

Afin d'expliquer les principes que nous avons adoptés pour formaliser le comportement des acteurs (cf. fig. 3.6), nous allons reprendre à titre d'exemple certaines étapes du processus d'urbanisation tel que nous l'avons décrit plus haut. Nous commençons par la première phase du modèle qui simule la réaction des acteurs par rapport à la proposition d'un projet d'aménagement.

#### – Le comportement des agents dans la phase d'élaboration du projet

##### • CRITÈRES DE REGROUPEMENT DES AGENTS

*Les agents seront regroupés en fonction de critères spatiaux et socio-économiques.*

Un critère spatial possible pourrait être le degré selon lequel les agents sont concernés par le projet d'aménagement en question, autrement dit d'après une notion de proximité éventuellement floue comme définie ci-avant.

Un critère socio-économique pourrait être l'appartenance à une classe sociale, à un groupe d'acteurs économiques (entrepreneurs) ou à un groupe de pression politique.

##### • LA FORMATION D'OPINION

Un projet d'aménagement est jugé par les acteurs selon :

- leurs propres aspirations,
- leurs expériences antérieures (mémoire),
- les informations disponibles sur le projet.

Sur la base de ces trois facteurs, l'acteur va concrétiser ses besoins par rapport au projet. Nous donnons quelques exemples d'arguments qu'un résident pourrait évoquer lors d'un projet d'aménagement d'une nouvelle route :

- "je ne voudrais pas être dérangé par le bruit d'une route proche de mon appartement ; en revanche, je désire une amélioration de la desserte routière de mon quartier puisque la voie actuelle est mal tracée, étroite et en mauvais état."



- "la nouvelle route va améliorer l'accessibilité de la zone d'activité plus loin, ce qui risque d'augmenter la circulation ; cependant j'aimerais bien profiter de l'installation d'un supermarché dans cette zone."

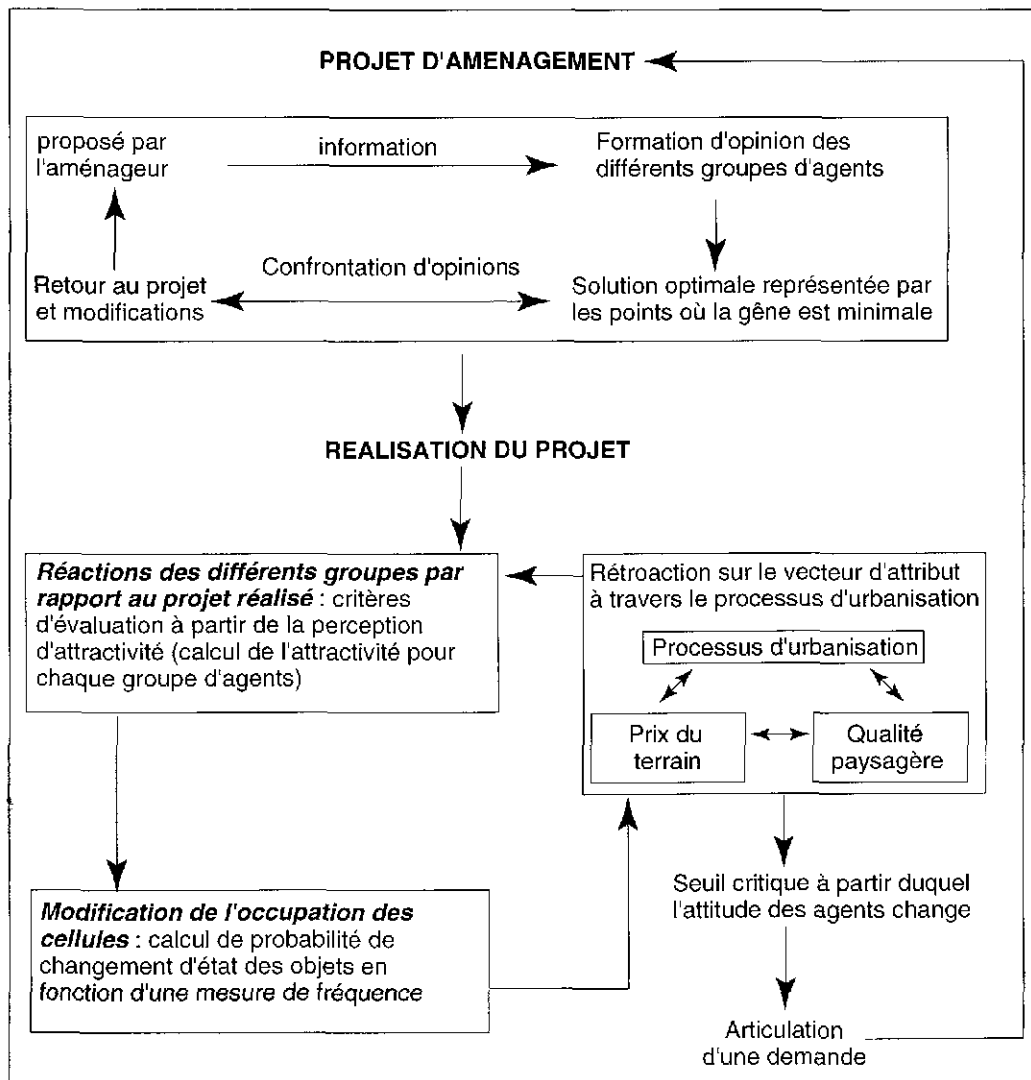


Fig. 3.6 Réaction et rétroaction des agents par rapport à un projet d'aménagement

Nous constatons d'abord que les attributs utilisés ("proche", "améliorer", etc.) ne sont en général pas *des critères quantitatifs précis*. Afin d'introduire les attributs qualitatifs nous proposons une formalisation au moyen de la logique floue.

En outre, les raisonnements de l'acteur montrent des "ambiguïtés", ce qui l'oblige à réfléchir sur l'importance attribuée aux différents arguments afin de trouver une attitude qui lui semble la plus avantageuse et donc la mieux acceptable.

Une telle procédure d'évaluation peut être considérée comme un *problème d'optimisation multicritère* : pour chaque objectif (accessibilité, nuisance, etc.), on introduit une *fonction d'objectifs* (ou fonction économique) basée sur des attributs éventuellement *flous* (bonne accessibilité si la route est proche).

Il existe une multitude de méthodes qui permettent de résoudre des problèmes d'optimisation. Nous présentons une approche particulière, les *algorithmes d'évolution*, dont certains aspects paraissent également intéressants au niveau conceptuel. Ces algorithmes explorent l'espace multidimensionnel de la fonction d'objectifs par étapes et s'approchent graduellement des solutions optimales. A chacune de ces étapes, on obtient une information sur les valeurs de la fonction économique multidimensionnelle à un certain nombre d'endroits de l'espace. Parmi ces solutions, seules quelques unes sont sélectionnées pour constituer le point de départ de la prochaine étape, les autres sont rejetées.

Cette méthode a été utilisée avec beaucoup de succès lors de problèmes d'optimisation de paramètres. Cependant, certains auteurs ont récemment proposé d'interpréter cet algorithme comme *séquence de processus de décisions*. Dans ce cas, on interprète l'ensemble des points considérés à chaque étape comme les scénarios retenus par l'agent qui, au cours de sa réflexion, s'approche graduellement des solutions optimales [Fon95].

*Afin de modéliser les processus de formation d'opinion, les algorithmes d'évolution semblent donc une approche intéressante, non seulement comme technique d'optimisation, mais aussi également comme réflexion conceptuelle sur les processus de décision.*

La construction de la fonction multicritère des objectifs a aussi retenu notre attention. Il existe plusieurs façons de concevoir une telle fonction :

- soit en définissant *a priori* les poids de chacun des différents objectifs. Dans ce cas, il s'agit de trouver les solutions qui répondent au mieux aux différents besoins : une route paraît désirable, à condition qu'elle

se situe à une certaine distance d'un lieu d'habitation. En fait, cette méthode permet de retenir les solutions qui correspondent aux valeurs minimales (ou maximales) de la fonction d'objectif multicritère.

- soit d'introduire la notion d'*optimum de Pareto*. Ce principe sous-tend que le choix d'une situation plus avantageuse par rapport à des objectifs se fait toujours au détriment d'autres objectifs (si la desserte est bonne, la circulation augmentera). L'utilisation d'algorithmes évolutionnistes permet de trouver dans ce cas l'ensemble des solutions possibles qui répondent au critère de l'optimum de Pareto *sans qu'il soit nécessaire de définir a priori* les poids préférentiels.

Les solutions optimales déterminent le *degré d'acceptation* du projet : plus ces solutions sont éloignées des attributs du projet d'aménagement, plus l'opposition sera forte. *Il paraît donc important de définir une mesure qui intègre à la fois le désir représenté par la solution optimale et les conséquences du projet, telles qu'elles sont perçues par l'acteur*<sup>15</sup>. Ce *degré d'acceptation* pourrait être caractérisé par une *valeur floue* se situant entre l'acceptation totale et le refus total.

#### • L'INTERACTION ENTRE LES ACTEURS

Nous supposons qu'à un certain moment les groupes d'acteurs rendent publique leur opinion. Ainsi, pour chaque groupe d'acteurs, les résultats du processus d'évaluation devrait être mis à disposition du décideur, c'est-à-dire de l'utilisateur du logiciel de simulation.

Il peut arriver que la proclamation d'une opinion par un groupe d'acteurs soit accompagnée de *revendications* si la solution optimale qu'il préconise est plus ou moins incompatible avec le projet proposé (par exemple demande d'un projet alternatif, demande de mesures d'accompagnement). Ceci montre l'intérêt d'introduire une mesure pour décrire le degré d'acceptation qui définisse la disposition d'un groupe d'agents de passer à l'action. On peut imaginer d'implanter selon des *règles floues* certains types de revendications en fonction du projet et du degré d'acceptation de celui-ci.

Dans cette optique, la construction d'une fonction multicritère, basée sur un optimum parétien, paraît intéressante. Elle pourrait servir à déterminer au moment où les opinions des acteurs sont rendues publiques l'ensemble des solutions parétiennes, c'est-à-dire des solutions qui répondent au mieux aux besoins de l'ensemble des acteurs. A cet égard, on constituerait une fonction

---

<sup>15</sup>Cette perception dépend de l'information actuelle et éventuellement d'expériences préalables.

des objectifs qui regroupe l'attitude des différents types d'acteurs. Ainsi le décideur disposerait d'une information globale sur le degré d'acceptation du projet.

En fonction de ces informations nous rappelons que l'utilisateur pourrait intervenir dans le processus de formation d'opinion en :

1. proposant des mesures d'accompagnement,
2. modifiant le projet ou proposant d'autres alternatives,
3. décidant la réalisation immédiate du projet,
4. renonçant au projet.

Cependant il serait aussi possible que le décideur attende de voir la façon dont évolue la formation d'opinion suite à l'échange d'informations entre les différents groupes d'acteurs. Une telle possibilité sera également prévue.

*Les options 1 et 2 relancent un processus de formation d'opinion.*<sup>16</sup>. Cependant chaque échange d'informations peut influencer les jugements des agents puisqu'ils parviennent, d'une part à recueillir de nouvelles informations sur le projet même, et d'autre part à accumuler des connaissances sur les opinions des autres groupes.

Ceci peut provoquer :

- une modification des opinions dans un groupe (par exemple une meilleure acceptation du projet),
- un changement de l'effectif des groupes. On peut imaginer une plus grande solidarité d'intérêts des habitants de la zone concernée.

Suite aux informations obtenues, le jugement des groupes d'acteurs sur certains aspects du projet d'aménagement changera éventuellement : la proximité de la route paraît peut-être moins nuisible ou, au contraire, plus contraignante qu'avant.

Il ne s'agit donc pas d'un changement des aspirations des acteurs, mais du poids qu'ils attribuent à différents arguments. Il s'agit ainsi d'un phénomène d'apprentissage qui est susceptible de modifier le processus d'évaluation lors d'une nouvelle boucle de formation d'opinion. En effet, cette rétroaction

---

<sup>16</sup>On peut prévoir dès début de proposer plusieurs alternatives. Ceci nécessite de distinguer les opinions selon la variante.

signifie pour la modélisation une modification des fonctions d'objectifs : une solution peut apparaître plus ou moins optimale qu'avant. L'interaction entre les acteurs influence donc le comportement dynamique du système, ce qui doit être considéré comme un processus d'auto-organisation.

Nous rappelons que les objectifs sont définis selon des attributs flous. Le processus d'auto-organisation peut se manifester par un rapprochement des opinions voisines, ou bien un éloignement d'opinions proches au départ en fonction des informations obtenues par les différents acteurs <sup>17</sup>. Les propositions de l'aménageur peuvent ainsi provoquer des bifurcations dans le système.

Si les fonctions d'objectifs peuvent être influencées par l'échange d'informations, il est également envisageable que le processus de la formation d'opinion, c'est-à-dire la façon dont l'acteur s'approche, par sa réflexion, des solutions optimales, change. L'analogie entre les algorithmes d'évolution et les processus de décision discutés plus haut incite à étudier dans quelle mesure cette approche permet d'intégrer les aspects stratégiques de la formation d'opinion dans le processus d'optimisation.

Pour les processus d'auto-organisation, l'échelle temporelle joue un rôle prééminent : quand certains groupes réagissent plus vite que d'autres, le comportement du système peut être différent que lorsque tous les groupes agissent en même temps. De même, le moment où l'aménageur décide d'intervenir peut s'avérer crucial dans la formation d'opinion. Il est donc important d'introduire une échelle temporelle.

Jusqu'ici nous avons considéré les groupes d'acteurs comme homogènes dans leur comportement. Or ceci n'est pas nécessairement le cas. En particulier, quand il existe plusieurs solutions pratiquement équivalentes au niveau de leur optimum, il semble utile d'introduire des probabilités qui caractérisent le poids statistique de ces solutions. Cette approche paraît d'autant plus importante qu'il est éventuellement possible de mesurer la fréquence de certaines opinions par des sondages. Ceci peut représenter une base de données qui servira à calibrer le modèle. Cette approche implique d'introduire également des probabilités pour évaluer les niveaux d'acceptation de chaque groupe d'acteurs <sup>18</sup>.

---

<sup>17</sup>Ceci peut être introduit par des possibilités conditionnelles

<sup>18</sup>Nous précisons qu'il s'agit donc d'une description probabiliste d'états flous. Ces deux logiques ne doivent pas être confondues.

– **Le comportement des agents et des évolutions qui en résultent dans la phase postérieure à la réalisation du projet**

Dès qu'une décision est prise, l'utilisateur a la possibilité de simuler l'évolution à moyen terme. Le comportement des acteurs est d'abord réactif, basé sur un fait accompli. Il ne s'agit donc pas d'un processus de formation d'opinion et sa formalisation en est, de ce fait, différente. Puis la transformation progressive de l'espace provoque un comportement rétroactif des agents.

• **UNE MESURE D'ATTRACTIVITÉ**

Pendant la période succédant à la réalisation du projet, la dynamique spatiale se manifeste surtout par une compétition entre plusieurs unités spatiales. L'information disponible sur ces unités est codée dans les *vecteurs d'attributs* de chaque zone que nous avons introduits plus haut. Dans leur ensemble, ces attributs peuvent servir à caractériser *l'attractivité* des unités pour les différents groupes d'acteurs. Ainsi, pour un individu qui cherche un terrain à bâtir, l'attractivité d'une zone est le résultat d'une comparaison entre les attributs, qui sont eux-mêmes pondérés par l'importance que l'acteur leur attribue. *Cette pondération peut être floue*. Ainsi un acteur pourrait dire : "le fait que le paysage soit *beau* (attribut flou), me paraît *important*", ou : "Le *prix du terrain me paraît très élevé*". Nous proposons de définir à partir de ces attributs pondérés une *mesure d'attractivité* en utilisant la formalisation de la logique floue <sup>19</sup>.

• **LE PROCESSUS D'URBANISATION À MOYEN TERME**

L'attractivité des zones pour les différents types de demandeurs servira de base pour définir une *probabilité d'occupation du sol*. L'occupation du sol est donc appréhendée comme une séquence stochastique d'événements <sup>20</sup>.

Les processus de décision apparaissent dans cette phase d'évolution moins nets que pendant la formation d'opinion. Ceci reflète le fait que la dynamique du système n'est pas le résultat d'une confrontation d'idées, mais basée sur la perception d'attributs spatiaux et de facteurs économiques.

• **LA RÉTROACTION DU PROCESSUS D'URBANISATION SUR LE VECTEUR D'ATTRIBUTS**

Le processus d'urbanisation peut modifier les composantes du vecteur d'at-

<sup>19</sup>Cette attractivité peut être interprétée comme un *potentiel*.

<sup>20</sup>Nous rappelons que la description de l'espace est réalisée à l'échelle des quartiers qui sont perçus comme objets homogènes. L'impact spatial de ces décisions est donc considéré à cette échelle. Ainsi on indiquera pour une zone plutôt le degré d'occupation du sol. Il ne semble en effet pas réaliste de spacialiser les décisions au niveau de la parcelle.

tributs des diverses unités fonctionnelles :

- soit par les décisions d'aménagement,
- soit par le comportement des différents groupes d'agents.

Ainsi une forte activité de construction ou la nuisance sonore provoquées par le nouvel axe routier, dont la construction était le résultat de la décision prise lors de la phase précédente de la simulation, peuvent dévaloriser l'image de marque d'un quartier. *Cette rétroaction du processus d'occupation du sol sur les attributs spatiaux représente un phénomène important dans la conception du modèle. En effet, grâce à cette méthode, le système peut contrôler lui-même au cours du processus d'urbanisation le degré d'occupation du sol, le changement du paysage, etc., et modifier, en fonction de ces transformations de l'espace, les attributs spatiaux des unités fonctionnelles concernées.*

#### • LA RÉTROACTION DES MODIFICATIONS DU VECTEUR D'ATTRIBUTS SUR LE COMPORTEMENT DES AGENTS

Il est possible que ces modifications affectent la qualité de vie dans le quartier telle qu'elle est perçue par les différents groupes d'acteurs :

- une dégradation de l'image du quartier peut provoquer une baisse de la demande ;
- du côté de l'offre, une telle baisse peut être la cause d'une chute des prix de terrain ;
- la baisse des prix peut relancer une demande, dont le caractère est cependant différent : par exemple on pourrait observer l'apparition de logements locatifs bas de gamme.

Ces exemples mettent en lumière le rôle que jouent d'autres groupes d'acteurs dans la boucle rétroactive. Ceci concerne en particulier la population résidentielle : celle-ci dispose d'une partie de l'information contenue dans le vecteur d'attributs. Cette information évolue et la population en subit les conséquences, qui affectent éventuellement la qualité de vie dans le quartier. D'autres groupes d'agents vont également réagir, par exemple le groupe des propriétaires de terrain : leur comportement sera considéré en fonction de la demande <sup>21</sup>.

---

<sup>21</sup>Il ne sera pas supposé qu'il existe un équilibre entre offre et demande.

Leur comportement de terrain peut être modélisé selon une approche économique traditionnelle, basée sur la notion d'offre et de demande. En revanche, le comportement de la population résidentielle est différent. Il s'agit ici non plus d'une décision investigative, comme dans le cas des demandeurs de terrain, mais d'un *processus de formation d'opinion*. Une telle situation rappelle celle observée lors de la proposition du projet d'aménagement.

*Il semble donc exister des seuils limites d'acceptation de certains attributs, liés à la perception de l'espace et au fonctionnement du système urbain. Ces seuils seront introduits dans le modèle. Le franchissement, au cours de la simulation, induira une modification du comportement des résidents. Celui-ci sera formalisé de façon comparable au processus de formation d'opinion à l'exception des conditions initiales (espace considéré et comportement des agents) qui seront modifiées.*

L'impact des décisions d'aménagement peut se manifester sous différentes formes. Par exemple, s'il y a dégradation de l'image du quartier, la population résidentielle se considère comme victime d'une évolution qu'elle n'a pas désirée et qui lui a été imposée par des forces extérieures. Il peut également apparaître de nouvelles demandes sociales : création d'équipements publics (écoles, terrains de sport), résolution des problèmes de saturation des réseaux de transport, etc. L'utilisateur du logiciel sera informé d'une telle demande et aura la possibilité de réagir en proposant de nouvelles mesures. Ceci aboutira à une nouvelle boucle de simulation.

### **3.3.5.3 La réalisation du projet**

*Le projet sera réalisé en étroite coopération entre les partenaires engagés dans le projet, l'Informatik Centrum de l'Université de Dortmund et le CERTU à Lyon.*

La complexité du modèle exige une *réalisation par étapes*. C'est pourquoi son implantation sera effectuée selon une logique modulaire, ce qui permettra d'ajouter progressivement les différentes parties qui le composent, afin d'en étudier avec précision le comportement. Pour valider le modèle, nous l'appliquerons à un exemple réel.

#### **– Premières réalisations et test sur un cas pertinent**

*Lors de discussions préliminaires au sein de l'équipe CNRS à l'IRADES un espace limité a été choisi pour tester le modèle dans un premier temps.*

*Il s'agit d'analyser l'impact, en terme de dynamique urbaine, de la con-*



*struction de l'autoroute A 39 entre Dole et Bourg-en-Bresse. Nous nous attacherons plus particulièrement à l'agglomération de Lons-le-Saunier, chef-lieu du département du Jura* <sup>22</sup>. L'IRADES étant engagé dans l'Observatoire socio-économique qui accompagne la réalisation de cette autoroute, dispose de la base de données nécessaire.

L'intérêt principal de ce secteur réside dans le fait que l'agglomération n'est actuellement située à proximité d'aucune infrastructure autoroutière. Ceci constitue un avantage indéniable pour étudier les effets qui en découleront, d'autant plus que nous devons distinguer l'évolution qui résulte de la tendance générale des villes moyennes françaises de celle qui est spécifiquement due à la nouvelle autoroute.

Pour effectuer les simulations, nous avons retenu un nombre restreint de types d'occupation du sol :

- les espaces à vocation logistique (diffuseurs, entrepôts),
- les zones résidentielles,
- les espaces voués aux entreprises (ZAE, zones industrielles, zones artisanales),
- les espaces libres,
- les espaces non disponibles en raison de contraintes naturelles (relief, hydrographie), d'une vocation particulière (réserve naturelle) ou d'un type d'exploitation agricole (viticulture).

Les réflexions sur le comportement des acteurs ont surtout porté sur l'impact à moyen terme du diffuseur le plus proche de Lons-le-Saunier, Beaurepaire-en-Bresse. En effet, une autoroute a un impact sur le milieu socio-économique essentiellement par l'intermédiaire des diffuseurs. Dans cette même optique, une étude comparative est en cours sur les motifs d'implantation d'entreprises dans plusieurs zones d'activité de Besançon. Elle est basée sur des enquêtes auprès de différents acteurs concernés (chambres de commerce, mairies, entreprises).

---

<sup>22</sup>Ces travaux seront réalisés par Cécile Tannier dans le cadre d'une thèse.

• CONTRIBUTION DU PARTENAIRE ALLEMAND (INFORMATIC CENTER DORTMUND)

*L'élaboration et la formalisation du modèle sera réalisée en étroite collaboration avec les partenaires allemands. En outre, les travaux de programmation seront réalisés à Dortmund.*

*Les travaux effectués jusqu'ici portent sur une collaboration lors de l'élaboration du modèle présenté ci-avant. En outre, un automate cellulaire a été implanté de façon assez ouverte, ce qui offre la possibilité d'étudier différents types d'interaction spatiale et d'implanter des modules simulant le comportement des agents <sup>23</sup>.*

• CONTRIBUTION DU PARTENAIRE LYONNAIS

*Il est prévu d'approfondir les analyses des facteurs qui influent sur la morphogénèse et le fonctionnement urbains. Ces travaux seront menés en collaboration avec le CERTU à Lyon qui dispose d'expériences pertinentes en ce domaine et qui mettra ses bases de données à disposition.*

– Application du modèle à un espace opérationnel, l'Est de l'agglomération lyonnaise

En étroite collaboration avec le CERTU, le modèle sera appliqué à l'Est de Lyon, zone qui a connu une consommation de l'espace conséquente notamment suite à l'implantation et la délocalisation de certains grands équipements (aéroport, Eurexpo, gare TGV...), à la construction de plusieurs infrastructures (autoroutes, nouvelle gare TGV), à l'installation des grands ensembles d'habitat, ainsi que par l'implantation d'une ville nouvelle et de grandes zones d'activités.

Dans le futur, ce territoire sera concerné par deux nouveaux projets autoroutiers et par une nouvelle ligne TGV Lyon-Turin (Est-Ouest).

Cet espace se présente donc comme suffisamment riche pour étudier l'impact de divers projets d'aménagement.

---

<sup>23</sup>Ces travaux ont été réalisés par H.Dörnemann dans le cadre de sa maîtrise en informatique à Dortmund.

### 3.3.6 Conclusion

La modélisation prévue se situe donc à une échelle mésoscopique. Cependant, à la différence de l'approche de Weidlich-Haag, le concept proposé est basé sur une modélisation explicite du comportement moyen des agents. Il s'agit donc d'une démarche qui s'approche plus d'une modélisation "bottom-up". L'objectif est d'observer directement l'impact spatial des décisions des acteurs, qui, elles, reflètent le comportement de ceux-ci et leurs interactions. A l'échelle d'une ville, l'ensemble de ces décisions se manifeste par l'émergence du tissu urbain.

L'élaboration du modèle nécessite des méthodes particulières :

- comme nous l'avons démontré, un système social est, à l'échelle des individus, déjà un système complexe. Ceci a incité W.Weidlich et G.Haag de recourir à une approche qui introduit le comportement des agents de façon indirecte et a posteriori, au moyen de paramètres d'attractivité et de mobilité.

Ainsi pour réaliser une modélisation a priori du comportement des agents, nous avons l'intention de recourir à des méthodes de modélisation qui nous semblent plus appropriées à cet objectif que les méthodes traditionnelles, comme la logique floue, par exemple.

- comme nous avons l'intention d'étudier l'émergence d'un tissu urbain, nous avons choisi une approche qui permet d'intégrer directement dans le modèle une représentation de l'espace considéré, les automates cellulaires.

La prise en compte de la morphologie du tissu simulé rappelle notre discussion sur l'organisation des tissus urbains. Ainsi nous avons pu identifier certaines mesures, par exemple l'exposant du comportement scalant  $\alpha$ , comme paramètre de contrôle morphologique.

Nous allons recourir à ces méthodes de mesures, complétées par d'autres méthodes d'analyse en cours d'élaboration, afin de comparer les tissus simulés aux tissus réels sous un aspect morphologique.

## Bibliographie

- [Bai85] P. Bairoch. *De Jéricho à Mexico*. Gallimard, 1985.
- [Bat85] M. Batty, P. Longley. The fractal simulation of urban structure. *Papers in Planning Research*, 92, 1985.
- [Bat91a] M. Batty. Cities and Fractals: Simulating Growth and Form. In A. J. Crilly, R. A. Earnshaw, H. Jones, editor, *Fractals and Chaos*, 1991.
- [Bat91b] M. Batty. Generating urban forms from diffusive growth. *Environment and Planning A*, 23, 1991.
- [Bat92] M. Batty, K.-S.Kim. Form follows function: reformulating urban population density function,. *Urban Studies*, 29(7), 1992.
- [Bat94a] M. Batty, P. Longley. *Fractal Cities, a Geometry of Form and Function*. Academic Press, 1994.
- [Bat94b] M. Batty, Y. Xie. From celles to cities, 1994. a paper written for the Special Issue of "Environnement and Planning B" in honor of the Founding Editor, Lionel March.
- [Bat94c] M. Batty, Y. Xie. Preliminary evidence for a theory of the fractal city, 1994. – unpublished –.
- [Ber76] B. J. L. Berry. The counter-urbanization process: Urban america since 1970. In B.J.L. Berry, editor, *Urbanization and Counter-Urbanization*. Sage Urban Affairs Annual Reviews 11, 1976.
- [Bra91] W. Braunfels. *Abendländische Stadtbaukunst*. Du Mont, 1991.
- [Bra93] H. Le Bras. *La planète au village*. DATAR, éditions de l'aube, 1993.

- [Bru90] R. Brunet. Le déchiffrement du monde. In *Géographie Universelle*, volume 1. Hachette-RECLUS, 1990.
- [Bus] R. Bussière, T. Stovall. Systèmes évolutifs urbains et régionaux à l'état d'équilibre.
- [Cau84] C. Cauvin. Une méthode de comparaison de données localisées : la régression bidimensionnelle. Application à la perception de configurations de la ville de Strasbourg. *L'Espace Géographique*, (2), 1984.
- [Cha70] G. P. Chapman. The application of information theory to the analysis of population distribution in space. *Economic Geography*, (2), 1970.
- [Fon95] C. M. Fonseca, P. J. Fleming. Evolutionary algorithm exact title unknown. *Evolutionary Computation*, 3(1), 1995.
- [Cur64] L. Curry. The random spatial economy: an exploration in settlement theory. *Annals of the Association of American Geographers*, 1964.
- [Dup91] G. Dupuy. *L'urbanisme des réseaux*. A. Colin, 1991.
- [Gue95] F. Guérin-Pace, H. Mathian, D. Pumain, L. Sanders, S. Bura. SIMPOP, un modèle multi-agents pour l'évolution du système de peuplement. In *Acte des premières rencontres Theoquant*, 1995.
- [Fra] P. Frankhauser, F. Guérin-Pace. Measuring the hierarchical organisation of an urban system. Soumis à *Geographical Analysis*.
- [Fra88] P. Frankhauser. Fractal aspects of urban systems. In Sonderforschungsbereich 230 "Natürliche Konstruktionen", editor, *Beiträge zum I. Internationalen Symposium des SFB 230 Natürliche Konstruktionen — Leichtbau in Architektur und Natur Teil 1*, 1988.
- [Fra89] P. Frankhauser. Urban size class dynamics — a stochastic approach. In *Proceedings der Tagung für Theoretische und Quantitative Geographie*, 1989.
- [Fra90] P. Frankhauser. Urban size class dynamics — the Pareto-distribution as stochastic process. In *Proceedings of the Sixth European Colloquium of Theoretical and Quantitative Geography — Chantilly 1989*, 1990.

- [Fra91a] P. Frankhauser. Aspects fractals des structures urbaines. *L'Espace Géographique*, (1), 1991.
- [Fra91b] P. Frankhauser. *Beschreibung der Evolution urbaner Systeme mit der Mastergleichung*. Thèse de Doctorat, Université de Stuttgart, 1991.
- [Fra91c] P. Frankhauser. Fraktales Stadtwachstum. *ARCH+*, (109/110), 1991.
- [Fra91d] P. Frankhauser. The Pareto-Zipf-distribution of urban systems as stochastic process. In *Proceedings der Wartburg-Konferenz, Models of Self-Organization in Complex Systems - Gosen 1990*, 1991.
- [Fra92a] P. Frankhauser. Fractal properties of settlement structures. In *Proceedings of the 1st International Seminary on Structural Morphology, Montpellier*, 1992.
- [Fra92b] P. Frankhauser, R. Sadler. Fractal analysis of agglomerations. In Sonderforschungsbereich 230 "Natürliche Konstruktionen", editor, *Natural Structures - Principles, Strategies and Models in Architecture and Nature*, volume II, 1992.
- [Fra94a] P. Frankhauser. Fractales, tissus urbains et réseaux de transport. *Revue d'économie politique, La dynamique chaotique*, (2/3), 1994.
- [Fra94b] P. Frankhauser. *La fractalité des structures urbaines*. Anthropos, 1994.
- [Fra95a] N. François, P. Frankhauser, D. Pumain. Villes, densité et fractalité. *Les Annales de la Recherche Urbaine*, 67(6), 1995.
- [Fra95b] P. Frankhauser. L'analyse fractale, un nouvel outil pour l'analyse spatiale des tissus urbains, 1995. présentation lors du séminaire "L'analyse spatiale des données biodémographiques". Soumis pour être publié dans la série Colloquia de l'INED.
- [Fra95c] P. Frankhauser, M.-N. Mille, T. Bäck. Un modèle pour simuler l'impact d'un projet d'aménagement sur la dynamique urbaine, 1995. Sera publié dans les actes du Colloque URBAN UTOPIA, organisé par la Communauté Européenne / DGXII.
- [Fri83] J. Friedrichs. *Stadtanalyse, 3ième édition*. Westdeutscher Verlag, 1983.

- [Gef84] Y. Gefen, A. Aharony and B. Mandelbrot. Phase transition on fractals: Iii. infinitely ramified lattices. *Journal of Physics A*, Math. Gen. 17, 1984.
- [Goe74] N. S. Goel, N. Richter-Dyn. *Stochastic models in biology*. Academic Press, 1974.
- [Haa88] G. Haag, P. Frankhauser. A stochastic model of intraurban supply and demand structure. In H.J.P. Timmermanns et al., editor, *Contemporary Developments in Quantitative Geography*. Reidel, 1988.
- [Haa92] G. Haag, M. Munz, D. Pumain, Th. Saint-Julien, L. Sanders. Interurban migration and the dynamics of a system of cities. *Environment and Planning*, 24, 1992.
- [Hak88] H. Haken. *Information and self-organization*. Springer-Verlag, 1988.
- [Hak90] H. Haken. *Synergetik, eine Einführung*. Springer-Verlag, 1990.
- [Hak94] H. Haken, W. Wischert, A. Wunderlin. Prinzipien der Synergetik. In G. Bien, T. Gil, J. Wilke, editor, *"Natur" im Umbruch*. frommann - holzboog, problemata, 1994.
- [Hak95] H. Haken. *Erfolgsgeheimnisse der Natur - Synergetik: die Lehre vom Zusammenwirken*. Rowohlt, 1995.
- [Hal91] P. Hall. Gibt es sie noch, die Stadt? In T. Schabert, editor, *Die Welt der Stadt*. Piper, 1991.
- [Hie88] K. Hierholzer, H.G. Wittmann. *Phasensprünge und Stetigkeit in der natürlichen und kulturellen Welt*. Wissenschaftliche Verlagsgesellschaft, 1988.
- [Hoy64] H. Hoyt. Recent distortions of the classical models of urban structure. *Land Economics*, 40, 1964.
- [Gou92] J.-F. Gouyet. *Physique et structures fractales*. Masson, 1992.
- [Kor94] K. Kornwachs. Naturverstehen und Systemverstehen. In G. Bien, T. Gil, J. Wilke, editor, *"Natur" im Umbruch*. frommann - holzboog, problemata, 1994.
- [Lon86] P. Longley, M. Batty. Measuring and simulating the structure and form of cartographic lines. *Papers in Planning Research*, 102, 1986.

- [Lon91] P. Longley, M. Batty, J. Shepherd, G. Sadler. Implications of planning policy for the geometry of land use patterns: A preliminary analysis of the settlement geography of south east. In *Paper presented at the 7th European Colloquium on Theoretical and Quantitative Geography, Stockholm*, 1991.
- [Man83] B. Mandelbrot. *The Fractal Geometry of Nature*. W.H. Freeman and Co., 1983.
- [Man87] B. Mandelbrot. *Die fraktale Geometrie der Natur*. Birkhäuser, 1987.
- [Nic85] G. Nicholis. Symmetriebrüche und die Perzeption von Formen. In M. Baudson, editor, *Zeit – die vierte Kategorie in der Kunst*, 1985.
- [Pei88] H.O. Peitgen, E. Saupc. *The Science of Fractal Images*. Springer, 1988.
- [Phi89] M. Phipps. Dynamical behaviour of cellular automata under the constraint of neighbourhood coherence. *Geographical Analysis*, 21(3), 1989.
- [Pro76] Prognos. Qualitativer und quantitativer Wohnungsbedarf in der Freien und Hansestadt Hamburg. *Rapport*, 1975/1976.
- [Pum82] D. Pumain. *La dynamique des villes*. Economica, 1982.
- [Pum89] D. Pumain, L. Sanders, Th. Saint-Julien. *Villes et auto-organisation*. Economica, 1989.
- [Rac83] J.B. Racine, H. Reymond. *L'analyse Quantitative en Géographie*. PUF, 1983.
- [Rac90] J.B. Racine, H. Reymond. *Dialog mit der Natur*. München, 1990.
- [Rei85] Frederick Reif. *Statistische Physik und Theorie der Wärme*. Walter de Gruyter, 1985.
- [Rei94] R. Reiner, W. Weidlich. Der Beitrag der Synergetik zum Naturverständnis. In G. Bien, T. Gil, J. Wilke, editor, *"Natur" im Umbruch*. frommann – holzboog, problemata, 1994.
- [Rey81] H. Reymond. Pour une problématique théorique. In H. Isnard, J.B. Racine, H. Reymond, editor, *Problématiques de la géographie*. PUF, 1981.



- [Rob92a] M.-C. Robic. Epistémologie de la géomgraphie. In A. Bailly, R. Ferras, D. Pumain, editor, *Encyclopédie de la Géographie*. Economica, 1992.
- [Rob92b] M.-C. Robic. Niveaux géographiques, échelles spatiales. In A. Bailly, R. Ferras, D. Pumain, editor, *Encyclopédie de la Géographie*. Economica, 1992.
- [San92] L. Sanders. *Systèmes de Villes et Synergétique*. Anthoropos, 1992.
- [Sch88] H. G. Schuster. *Deterministic Chaos*. VCH, 1988.
- [Tho83] G. Thouvenot. L'espace géographique des adolescents, 1983. Thèse de troisième cycle, Université de Lyon 2.
- [Ber68] L. von Bertalanffy. *General System Theory - foundations, development, applications*. George Braziller, 1968.
- [Vin77] D.R. Vining. The rank-size in the absence of growth. *Journal of Urban Economics*, 4, 1977.
- [Wei88] W. Weidlich and G. Haag (Eds.). *Interregional Migration — Dynamic Theory and Comparative Analysis*. Springer, 1988.
- [Web64] M. M. Webber. Explorations into urban structures, 1964.
- [Wei76] W. Weidlich. *Thermodynamik und statistische Physik*. Akademische Verlagsgesellschaft, 1976.
- [Wei93] W. Weidlich. Physics, synergetics and social science, the approach of synergetics. *Physics Reports*, 204(1), 1993.
- [Whi91] R. White. A cellular automata approach to the evolution of urban land use patterns. In *Paper presented at the 7th European Colloquium on Theoretical and Quantitative Geography, Stockholm*, 1991.
- [Whi93] R. White, G. Engelen. Cellular automata and fractal urban form: a cellular modelling approach to the evolution of urban land use patterns. *Environment and Planning A*, 25, 1993.
- [Whi94a] R. White, G. Engelen. Cellular dynamics and GIS modelling spatial complexity. *Geographical Systems*, (1), 1994.

- [Whi94b] R. White, G. Engelen. Urban systems dynamics and cellular automata: Fractal structures between order and chaos. *Chaos, Solitons and Fractals*, 4(4), 1994.
- [Zad92] L. A. Zadeh. The calculus of fuzzy IF-THEN Rules, 1992. Number 3.

# Table des matières

Avant-Propos . . . . .	1
<b>L'échelle – un artefact géographique?</b>	<b>2</b>
<b>1 Echelles et systèmes de peuplement</b>	<b>8</b>
1.1 Echelles et auto-organisation en thermodynamique et synergétique . . . . .	8
1.1.1 Le réductionnisme et les phénomènes d'échelle en thermodynamique . . . . .	8
1.1.2 Les phénomènes de transition de phase et la réponse de la synergétique . . . . .	12
1.2 L'application de l'approche synergétique aux systèmes sociaux	18
1.2.1 Introduction . . . . .	18
1.2.2 Le cadre formel des modèles de Weidlich-Haag . . . . .	24
1.3 Le système des villes françaises . . . . .	31
1.3.1 L'analyse des migrations interurbaines . . . . .	31
1.3.2 L'échelle du système de peuplement . . . . .	41
1.3.3 De l'échelle mésoscopique à l'échelle macroscopique . . . . .	54
1.4 Conclusion . . . . .	60
<b>2 L'analyse des tissus urbains</b>	<b>64</b>
2.1 Un nouveau modèle servant de référence pour la morphologie urbaine : la géométrie fractale . . . . .	64
2.1.1 Introduction . . . . .	64

2.1.2	Un modèle simple : les tapis de Sierpinski . . . . .	68
2.1.3	L'intérêt du concept fractal pour la description des tissus urbains et l'information obtenue . . . . .	73
2.2	Les différentes méthodes d'analyse fractale . . . . .	78
2.2.1	Aperçu méthodologique . . . . .	78
2.2.2	Les analyses globales . . . . .	80
2.2.3	L'analyse radiale – une approche locale . . . . .	84
2.3	Applications : analyse de tissus urbains en Franche-Comté . . . . .	91
2.3.1	Introduction . . . . .	91
2.3.2	Les agglomérations étudiées . . . . .	91
2.3.3	L'identification du bâti par les cartes . . . . .	94
2.3.4	L'analyse radiale : l'interprétation des résultats . . . . .	95
2.3.5	L'analyse radiale : la discussion des résultats obtenus . . . . .	98
2.3.6	Premier bilan des analyses radiales . . . . .	109
2.4	L'analyse du comportement scalant - un enrichissement méthodologique . . . . .	111
2.4.1	Un autre mode de représentation . . . . .	111
2.4.2	La signification des valeurs de pente . . . . .	115
2.4.3	Quelques exemples opérationnels . . . . .	125
2.5	L'apport des analyses fractales des tissus urbains . . . . .	139
2.5.1	Introduction . . . . .	139
2.5.2	Le comportement scalant des noyaux urbains : un phénomène indépendant de la taille des agglomérations . . . . .	141
2.5.3	Vers une segmentation des tissus urbains . . . . .	142
2.5.4	Vers une classification des tissus urbains . . . . .	144
2.5.5	Le degré d'absorption spatiale . . . . .	145
2.5.6	L'analyse spatiale de la croissance du tissu urbain . . . . .	147

**3 Perspectives des futures recherches 152**

3.1	Introduction . . . . .	152
3.2	Perspectives pour les analyses spatiales des tissus urbains . . . . .	153

3.2.1	Enrichir les analyses morphologiques . . . . .	153
3.2.2	L'analyse de la répartition de la population . . . . .	164
3.2.3	Vers une analyse à l'échelle régionale . . . . .	167
3.3	Vers une modélisation de la dynamique urbaine . . . . .	169
3.3.1	Introduction . . . . .	169
3.3.2	Introduction . . . . .	170
3.3.3	Les villes : une morphogénèse et un fonctionnement complexes . . . . .	171
3.3.4	Architecture conceptuelle et outils choisis pour traiter une problématique pour la ville durable . . . . .	177
3.3.5	La formalisation du modèle . . . . .	182
3.3.6	Conclusion . . . . .	197
	<b>Bibliographie</b>	<b>198</b>