IMAGES de
FRANCHE-COMTÉ

L'analyse fractale pour décrire la structure spatiale des villes

Pierre FRANKHAUSER, ThéMA - CNRS, Université de Franche-Comté

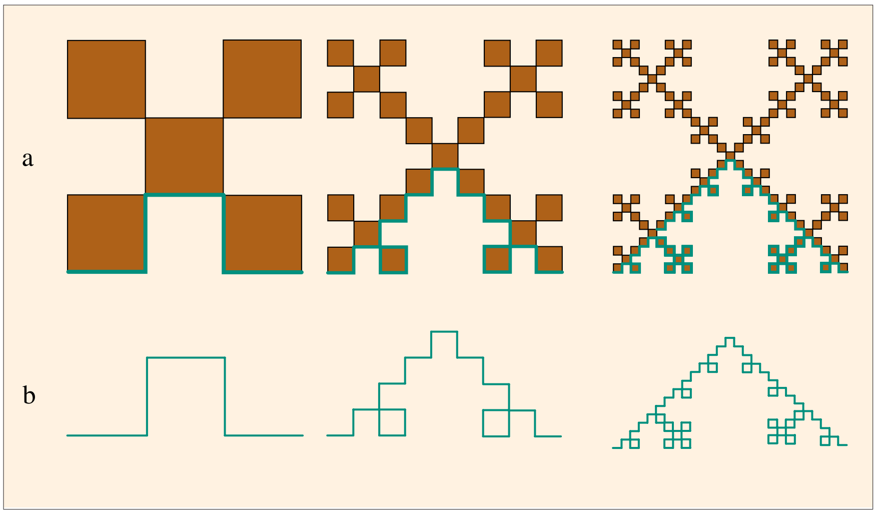
Si l'on regarde le plan d'une ville ou une carte, on s'aperçoit que la forme des tissus urbains ressemble plutôt à une tache d'huile qu'à un cercle ou à un carré. Les aménageurs ont souvent déploré cet « étalement urbain » qui augmente le trafic et contribue à un mitage du paysage en périphérie des villes. Cependant, la réalité montre qu'il est difficile d'aller contre cette tendance qui est l'expression d'un certain mode de vie : le haut niveau de mobilité que nous avons atteint dans nos pays développés nous permet de nous déplacer sans trop de contraintes. Nous pouvons ainsi à la fois profiter des avantages d'une vie « à la campagne » et de l'offre d'emploi, de services et d'équipement de loisir des villes. Pour mieux contrôler cette évolution, il serait utile de disposer de moyens qui permettent de caractériser les formes spatiales des tissus urbains et périurbains. Or, les indicateurs courants utilisés en aménagement, basés sur des densités, s'avèrent mal adaptés à la description de l'occupation du sol. La définition du « bâti continu » tel qu'il a été défini par l'INSEE n'est également pas sans ambiguıtés.

Depuis un certain nombre d'années, des travaux de recherche réalisés dans notre laboratoire montrent l'intérêt de recourir à une approche différente pour étudier la forme des tissus urbains : il s'agit de mesures basées sur la géométrie fractale. L'utilisation de telles mesures s'est avérée pertinente dans beaucoup de domaines, tels que la biologie, la physique des matériaux ou l'hydrodynamique, où il s'agit de décrire des structures complexes. Plusieurs villes franc-comtoises ont été décrites par cette nouvelle méthode. Nous voudrions en montrer les résultats les plus pertinents.

La géométrie fractale : c'est quoi ?

La fractale représentée sur la fig. 1 montre les particularités de cette approche. Une telle figure est obtenue en remplaçant, dans le damier initial, chaque carré noir par un petit damier réduit à la taille du carré. En répétant cette opération, on obtient une structure en emboîtement d'échelles : on remarque seulement quatre grands carrés vides et un nombre croissant de carrés vides dont la taille est de plus en plus petite. On s'aperçoit que la circonférence de cet objet s'allonge à chaque étape et qu'elle tend vers l'infini. À l'inverse, la surface totale des carrés noirs diminue et tend vers zéro. De telles propriétés ne sont pas en cohérence avec nos références géométriques, et la notion de surface et de circonférence auxquelles nous sommes habitués ne paraît plus adaptée à la description de ces objets.

Fig. 1 - Les premières étapes d'itération pour la concentration de deux structures fractales



a) Construction d'un tapis de Sierpinski
b) Construction d'une courbe fractale correspondant à la bordure verte de la fig. 1a

Les mathématiciens au secours des géographes

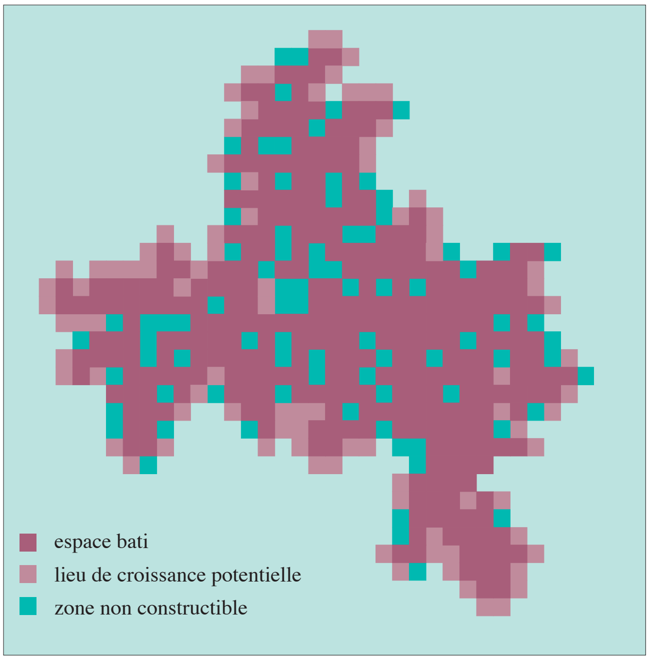
Les mathématiciens ont trouvé des descripteurs qui permettent de caractériser ces objets : il s'agit des dimensions fractales. Comme l'indique le nom, il s'agit de grandeurs qui s'inspirent de la notion de dimension : ainsi la dimension fractale d'une ligne est égale à un, et la surface d'un carré est de dimension deux. Mais, pour la bordure de l'objet de la fig. 1, on obtient la valeur 1,47 qui correspond à la dimension fractale de la surface de l'objet. Pour une bordure, cette dimension fractale caractérise l'allongement progressif de la circonférence de l'objet : plus elle est élevée, plus il existe des fioritures emboîtées (fig. 1b). Pour une surface, une dimension fractale non-entière caractérise une répartition de la masse qui est

non-homogène : la masse est concentrée dans des agrégats qui forment eux-mêmes des agrégats à des niveaux supérieurs. On observe ainsi un système spatial hiérarchique non homogène.
Il est aussi possible de générer des structures fractales moins symétriques que celle de la fig. 1. L'exemple de la fig. 2, obtenue par une simulation sur ordinateur, ressemble beaucoup plus aux « taches d'huile » dont nous avons parlé. Il est également possible de déterminer la dimension fractale de tels objets irréguliers et de vérifier dans quelle mesure une structure observée, par exemple un tissu urbain, montre des caractéristiques fractales. Nous présentons deux de ces méthodes. Dans le premier cas, on choisit un point de référence sur lequel on centre un carré de taille ε et on détermine la masse bâtie qui se trouve à l'intérieur. Ce comptage est répété en augmentant progressivement la taille du carré. Cette opération permet de vérifier si la répartition du bâti suit une loi fractale.

Tandis que cette première méthode, l'analyse radiale, donne une information locale sur la répartition de la surface du bâti autour du point de comptage, la deuxième méthode, l'analyse par dilatation, renseigne globalement sur l'organisation spatiale à l'intérieur d'une zone choisie. Dans ce cas, on entoure chaque point noir d'un carré de taille ε et on noircit la surface située à l'intérieur (fig. 5e). Si, en agrandissant ε, on obtient des agrégats de plus en plus étendus qui se rejoignent au cours des étapes, on prouve qu'il existe des espaces vides de tailles différentes entre les taches, ce qui est caractéristique d'une fractale. En revanche, si nous avions des taches de même taille disposées sur les points d'intersection d'un carroyage, on obtiendrait d'un seul coup une surface complètement noire, car les agrégats se joindraient tous à la même étape.

Dans les deux types d'analyse, on obtient une relation entre un nombre d'éléments (la masse de points occupés pour l'analyse radiale et la surface noircie pour la dilatation) et le paramètre 2ε. Il est souvent utile de représenter cette relation sur un graphique bi-logarithmique qui montre, en théorie, une relation linéaire pour une structure fractale. Les déviations de la loi fractale sont facilement identifiables. Par ailleurs, il est intéressant de déterminer pour chaque valeur 2ε la pente de cette courbe et de représenter la série de ces pentes. Cela permet d'identifier, d'une part, les déviations locales et fluctuantes du comportement fractal, et, d'autre part, les changements qui s'expriment par un glissement progressif des valeurs de la pente. Ces derniers effets correspondent à une modification du comportement fractal, tandis que les perturbations locales, souvent reliées à la présence de grands espaces vides, apparaissent même pour des structures fractales construites.

Fig. 2 - Une structure fractale simulée à partir d'un processus aléatoire

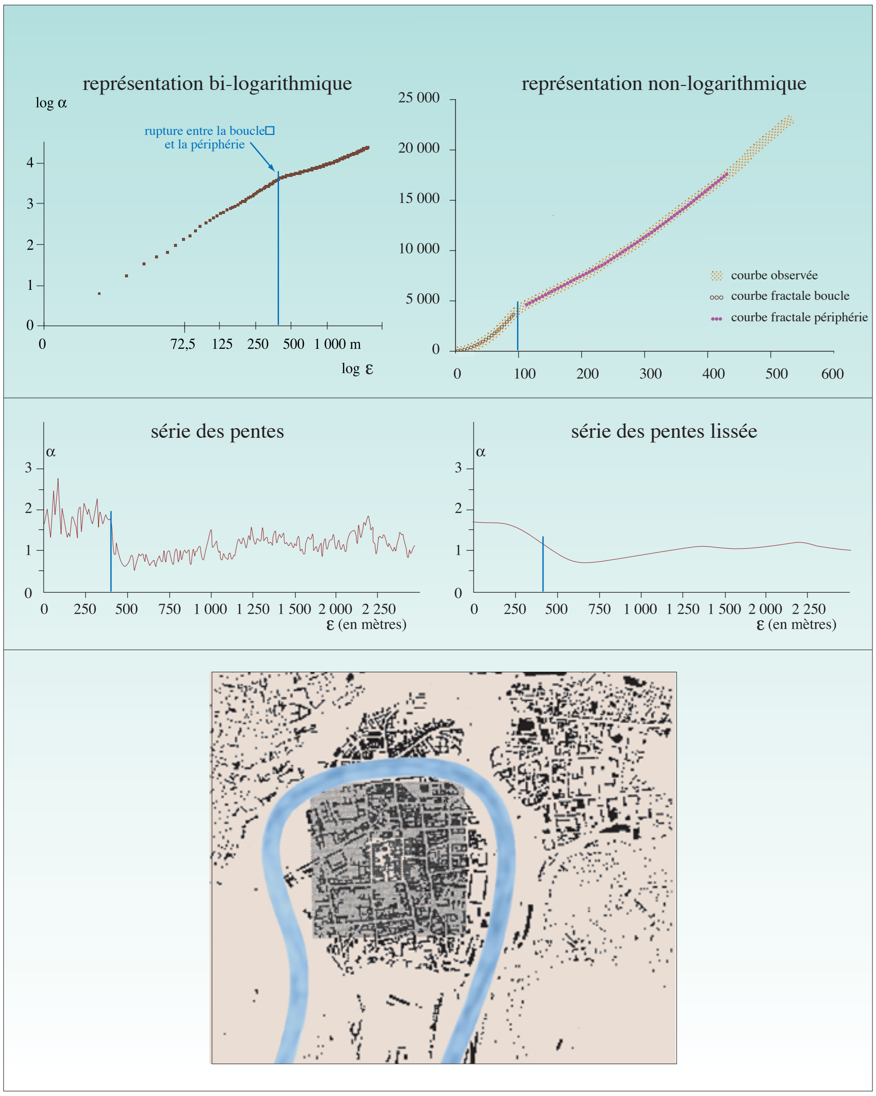


Le cas de Besançon

La fig. 3 représente le résultat d'une analyse radiale obtenue à partir d'un point situé au centre de Besançon. Les courbes montrent nettement la rupture dans le bâti provoquée par la boucle du Doubs. En revanche, la courbe est assez régulière, aussi bien pour l'intérieur de la boucle que pour la périphérie. Toutefois, nous obtenons une dimension fractale de 1,81 pour la boucle, ce qui traduit une répartition de la surface bâtie qui tend vers l'homogénéité. Nous avons aussi mesuré cette dimension pour plusieurs dates antérieures. Ainsi, nous observons une valeur plus basse, 1,68, en 1958 : la répartition du bâti était moins homogène, moins régulière à cette époque. Pour la période récente, nous constatons, qu'en périphérie, le tissu urbain est également plus contrasté : il existe apparemment des espaces non-bâtis de tailles différentes. Cette observation est confirmée si on choisit des points de comptage situés en périphérie, à proximité desquels on découvre des ruptures.

Il est intéressant de comparer la forme des séries de pente. Pour les points de comptage situés dans la boucle du Doubs, on obtient un type de courbe caractéristique des centres historiques. La droite est composée de deux paliers successifs : le premier, avec des valeurs élevées correspond au centre ville, le second, aux valeurs plus faibles, correspond à la périphérie. En revanche, pour les autres quartiers périphé-

Fig. 3 - Analyse radiale de la surface batie



riques, ces courbes ne montrent pas cette structure. Notons que la courbe des pentes obtenue pour la cité nouvelle de Planoise a une allure similaire à celle des centres-villes. Ceci démontre son « indépendance spatiale », conformément aux intentions de ceux qui l'ont conçue comme entité propre, hors de l'influence directe du noyau urbain.

Le cas de Montbéliard et d'Audincourt

Le pays de Montbéliard est une conurbation constituée de plusieurs villes. Les résultats obtenus (fig. 4) traduisent une organisation spatiale complètement différente de Besançon et de bien d'autres villes. Pour le centre ancien de Montbéliard, on observe une série de pentes dont l'aspect rappelle celui des quartiers périphériques. En revanche, en choisissant l'usine Peugeot comme centre de comptage, la courbe ressemble à celles des centres-villes. Cette usine est donc devenue le « centre de symétrie » par rapport à la décroissance radiale de la densité du bâti.

Pour Audincourt, située au cœur de la conurbation, la courbe ne montre pas les inflexions habituelles. Ceci révèle qu'elle fait partie d'un réseau de villes structuré en un plus grand agrégat. Le fait de n'observer aucun changement important dans la série des pentes montre que cet agrégat de villes suit, dans son ensemble, le même type d'organisation spatiale qu'un noyau

Fig. 4 - Analyse radiale pour le pays de Montbéliard ; série des pentes lissées

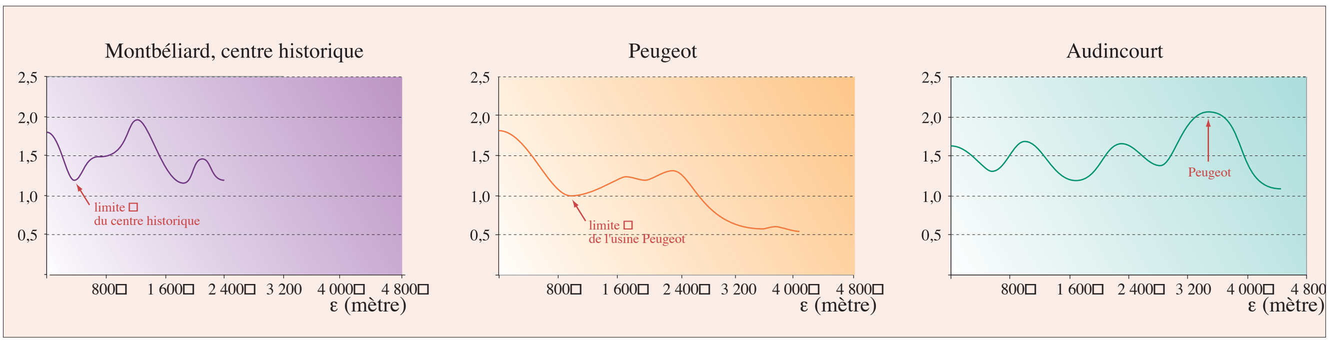
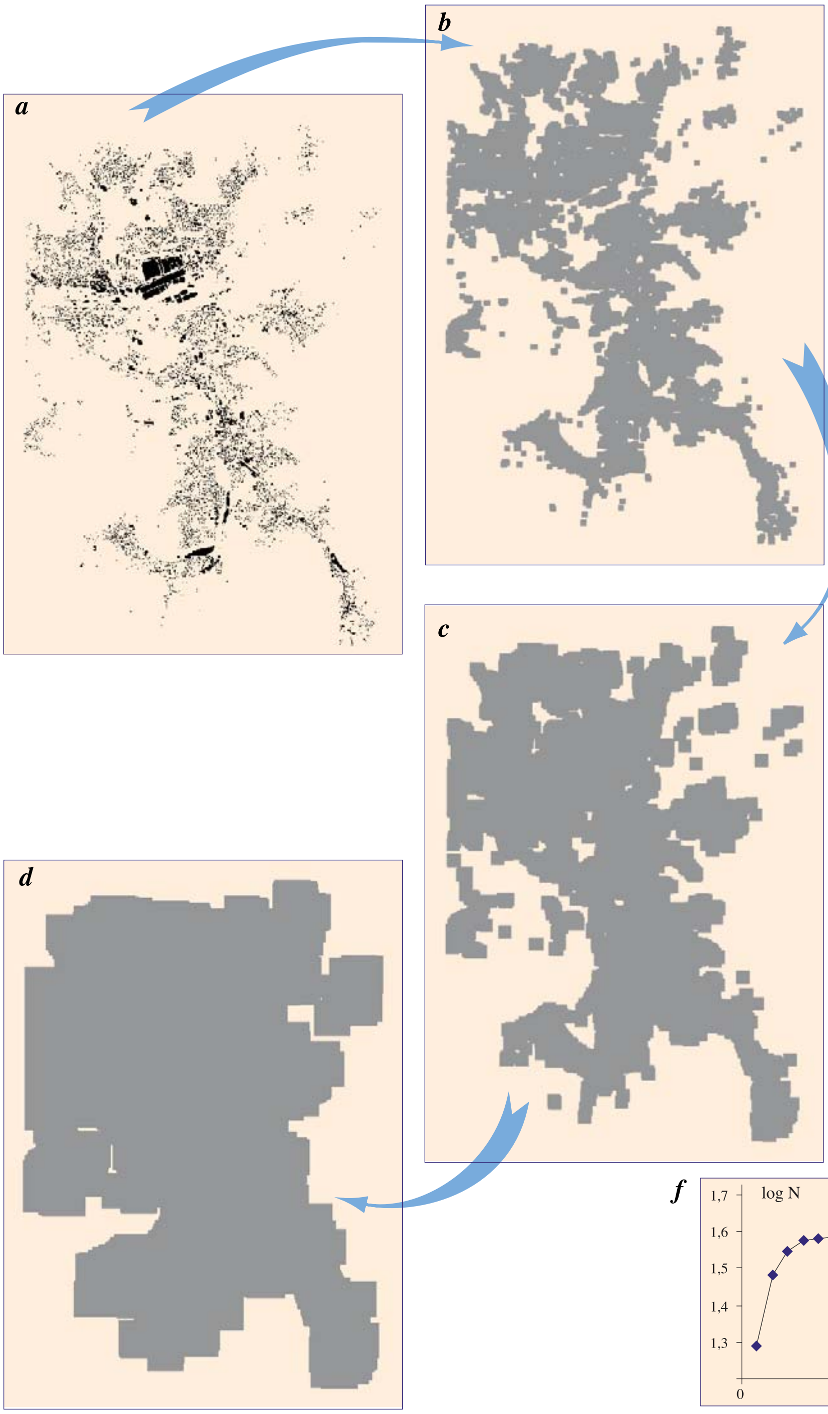


Fig. 5 - L'analyse de dilatation appliquée au Pays de Montbéliard

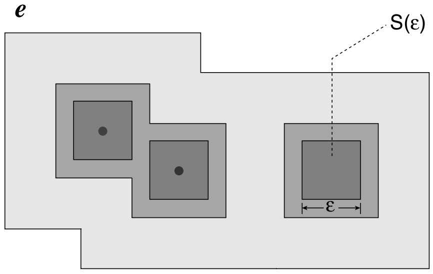


La surface bâtie de la région de Montbéliard *(a)* et le tissu obtenu à la 4ème étape de dilatation *(b)*, à la 10ème étape *(c)* et à la 30ème étape *(d)*

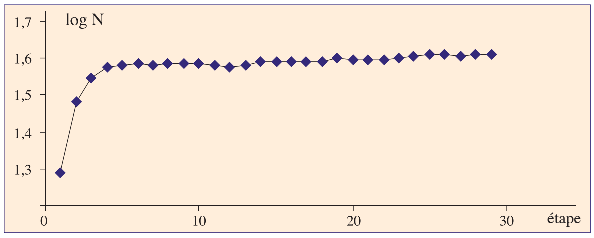
La figure *(e)* montre le principe de l'analyse de dilatation : si l'on élargit la taille ε des carrés qui entourent chaque point, ces carrés se recoupent et des agrégats apparaissent

La figure *(f)* montre la série des pentes obtenue par l'analyse de dilatation

e



f



central. La conurbation forme ainsi un ensemble dont Audincourt est le centre géographique. Ceci est confirmé par l'analyse de dilatation de l'ensemble de la conurbation (fig. 5). La dimension fractale reste pratiquement constante sur une large fourchette d'étapes de dilatation. Il n'existe pas de différence dans l'organisation spatiale en passant de l'échelle des villes et celle de l'ensemble de la conurbation ■